

*Roland Wegmann*

**Studien zur Marktwirtschaft**

**Band 2:**

**Mathematisches  
Modell des  
Arbeitsmarktes -  
Das  
„Leistungsprinzip“**

## Impressum

Autor:

**Roland Wegmann**

Ort, Datum:

**Rostock, November 2022** (aktuelle Version)

**Schwerin, März 2001** (Erstveröffentlichung im Internet)

**Rostock, November 2022** (Englische Übersetzung) [5]

Kritiken, Hinweise, Ergänzungen und Meinungen sind zu richten an:

**kontakt@rolandwegmann.de**

Dieses Manuskript ist veröffentlicht im Internet unter

**<http://www.rolandwegmann.de>**

## Copyright (Urheberrecht)

**Durch den Autor wird Folgendes zur Nutzung dieser Veröffentlichung festgelegt:** Es ist erlaubt, den Inhalt für den persönlichen Gebrauch unentgeltlich vollständig oder teilweise zu kopieren. Es ist erlaubt, Kopien des unveränderten Inhalts an Dritte für deren persönlichen Gebrauch unentgeltlich weiterzugeben. In allen Kopien, auch in den unvollständigen Kopien müssen der Name des Autors, diese Festlegungen zur Nutzung und das Literaturverzeichnis vollständig enthalten sein. Es ist nicht erlaubt, ohne schriftliche Genehmigung des Autors Kopien oder sonstige Vervielfältigungen gegen Entgelt oder sonstigen geldwerten Vorteil weiterzugeben oder zu veröffentlichen. Es ist nicht erlaubt, veränderte Versionen weiter zu geben. Es ist nicht erlaubt, unvollständige Kopien weiterzugeben, deren Inhalt durch die Kürzungen entstellt wird.

## Kurzreferat

Es wird die Frage aufgeworfen, ob es objektive Kriterien gibt für die Differenzierung der individuellen Einkommen, insbesondere zwischen verschiedenen Berufsgruppen.

Es werden Kriterien aufgestellt für eine optimale Beschäftigungsstruktur. Mit Hilfe des Simplex-Algorithmus wird für ein Testbeispiel die optimale Beschäftigungsstruktur berechnet.

Es wird ein dynamisches mathematisches Modell eines Arbeitsmarktes entwickelt und durch ein Computer-Programm simuliert. Es zeigt sich, daß eine optimale Lohnstruktur existiert, die bewirkt, daß jeder Arbeiter abhängig von seinen Fähigkeiten genau dort das höchste persönliche Einkommen erzielt, wo er entsprechend der optimalen Beschäftigungsstruktur auch arbeiten müßte.

Innerhalb einer Marktwirtschaft kann die individuelle Arbeitsleistung nach objektiven Kriterien bewertet und damit differenziert werden. Ihr Wert ist aber nicht wie bei der physikalischen Leistung ein feststehender Wert. Eine bestimmte Arbeitsleistung ist bei verschiedenen gesellschaftlichen Bedarfsstrukturen im Vergleich zu anderen Arbeitsleistungen nach objektiven Kriterien jeweils anders zu bewerten.

Der Marxsche Begriff der gesellschaftlich notwendigen Arbeitszeit kann mit diesen Modellvorstellungen quantitativ erfaßt werden.

## Inhaltsverzeichnis

<b>Impressum</b> .....	<b>2</b>
<b>Copyright (Urheberrecht)</b> .....	<b>2</b>
<b>Kurzreferat</b> .....	<b>2</b>
<b>Inhaltsverzeichnis</b> .....	<b>3</b>
<b>1 Einleitung</b> .....	<b>4</b>
<b>2 Formulierung des Problems</b> .....	<b>5</b>
<b>3 Mathematische Beschreibung einer Beschäftigungsstruktur</b> .....	<b>6</b>
<b>4 Demonstrationsbeispiel</b> .....	<b>9</b>
<b>5 Die optimale gesamtgesellschaftliche Beschäftigungsstruktur</b> .....	<b>12</b>
5.1 Kriterium einer optimalen Beschäftigungsstruktur .....	12
5.2 Lösungsverfahren zur Berechnung einer optimalen Beschäftigungsmatrix.....	12
5.3 Testrechnung mit dem Demonstrationsbeispiel .....	13
<b>6 Darstellung des Arbeitsmarktes</b> .....	<b>14</b>
6.1 Mathematisches Modell zur Simulation des Arbeitsmarktes.....	14
6.2 Testrechnungen mit dem Demonstrationsbeispiel .....	15
<b>7 Einige ausgewählte Untersuchungen zur Demonstration der Leistungsfähigkeit des Modells</b> .....	<b>17</b>
7.1 Veränderung der Leistungsbewertung zwischen den einzelnen Berufen durch Veränderung der Leistungsbedarfsstruktur .....	17
7.2 Ein neuer Beruf entsteht.....	18
7.3 Einführung einer sozialen Komponente in das Entlohnungssystem .....	20
<b>8 Integration des Arbeitsmarktmodells in ein Modell einer gesamten Volkswirtschaft</b> .....	<b>21</b>
8.1 Darstellung der Produktivkräfte einer Volkswirtschaft unabhängig von den Produktionsverhältnissen .....	22
8.2 Kurze Diskussion zur Fortführung des Problems.....	23
<b>9 Einige kritische Bemerkungen und Schlußfolgerungen zu dem entwickelten Modell und Ausblick auf weitere erforderliche Untersuchungen</b> .....	<b>24</b>
9.1 Das Arbeitsmarktmodell ist ein Studienmodell.....	24
9.2 Leistungsbewertung innerhalb eines Berufes .....	24
9.3 Leistungsbewertung der Mitglieder der Geschäftsleitung der Unternehmen.....	25
9.4 Interpretationen zur Leistungsmatrix.....	25
9.5 Stochastische Erscheinungen auf dem Arbeitsmarkt .....	26
9.6 Fluktuationshemmnisse.....	26
9.7 Schlußbemerkungen .....	27
<b>Anhang</b> .....	<b>29</b>
<b>Liste der verwendeten Symbole</b> .....	<b>29</b>
<b>Literaturverzeichnis</b> .....	<b>30</b>
<b>Verzeichnis der Abbildungen</b> .....	<b>30</b>

## 1 Einleitung

Die kapitalistische Marktwirtschaft nimmt für sich in Anspruch, daß sie eine konsequent leistungsorientierte Gesellschaft ist. Das soll für den lohnabhängigen Arbeiter heißen, wer eine hohe individuelle Arbeitsleistung in Quantität und Qualität erbringt, erhält auch über die Zahlung eines relativ hohen Lohnes einen relativ hohen Anteil am gesellschaftlichen Gesamtprodukt zur individuellen Verwendung. Für den Unternehmer, der seine Einkünfte über die Verwertung des Kapitals realisiert, soll das heißen, wer als Leiter eines Unternehmens sich durch geschickte Geschäftstätigkeit im Konkurrenzkampf hervortut, realisiert einen hohen Profit. Neben diesem „positiven“ Leistungsprinzip gibt es noch das „negative“ Leistungsprinzip. Für die Arbeiter besteht es darin, daß besonders die „Leistungsschwächeren“ stets mit dem Verlust ihres Arbeitsplatzes bedroht sind. Für die Unternehmer besteht es darin, daß ebenfalls die „Leistungsschwächeren“ vom Konkurs bedroht sind. Beides erzeugt einen erheblichen Leistungsdruck auf jeden einzelnen, so daß dieses Leistungsprinzip als hinreichende Stimulierung der Individuen innerhalb der kapitalistischen Marktwirtschaft angesehen wird und damit als fast ausschließliches Prinzip der Motivierung der Individuen eingesetzt wird.

Aus welchen Gründen auch immer gibt es in der kapitalistischen Marktwirtschaft gewaltige Einkommensunterschiede, die wegen ihrer scheinbaren Spontaneität oft als der (kapitalistischen) Marktwirtschaft gesetzmäßig innewohnende Eigenart hinzunehmen seien. Trotzdem bleibt die Frage offen, ob dieses kapitalistische Leistungsprinzip, dazu beiträgt im Interesse der gesamten Gesellschaft zur Erzeugung optimaler Wirtschaftsstrukturen beizutragen und somit wirtschaftlich und politisch stabile Verhältnisse in der Gesellschaft zu erzeugen.

Auch die sozialistische Planwirtschaft nahm für sich in Anspruch, nach dem Leistungsprinzip zu entlohnen. Sie verzichtete aber bewußt auf die Anwendung des „negativen“ Leistungsprinzips. Als Ersatz dafür wurde versucht, stärker ideelle Leistungsstimulierungen in Form des „sozialistischen Wettbewerbs“ einzusetzen, was im wesentlichen gescheitert ist. Die Lohnstruktur hat sich nicht in einem spontanen Prozeß von Angebot und Nachfrage herausgebildet. Sie wurde auch nicht in einer kämpferischen Auseinandersetzung zwischen den organisierten Vertretern zweier Klassen ausgehandelt, sondern administrativ festgelegt. Da aus ideologischen Gründen das Prinzip einer möglichst weitgehenden sozialen Gleichheit angestrebt wurde, waren die Lohnunterschiede im Sozialismus relativ gering.

In Diskussionen über das Leistungsprinzip ist in der Regel ziemlich leicht ein Konsens in der Auffassung zu erreichen, daß die Einkommensdifferenzierung im Sozialismus zu gering war, um ein wirksames Leistungsprinzip zu bewirken, und im Kapitalismus zu groß ist, um einen dauerhaft sozial verträglichen Kapitalismus zu realisieren. Wo dazwischen eine objektiv begründbare gerechte Leistungsdifferenzierung bestehen soll, dazu sind mir bis jetzt keine einleuchtenden Überlegungen zu Ohren gekommen.

Eine Voraussetzung für die Beantwortung dieser Frage ist die Klärung des Begriffs der „Leistung“ für die menschliche Arbeit innerhalb des gesellschaftlichen Reproduktionsprozesses. Als geistige Paten stehen dafür die Verwendung der Begriffe Leistung und Arbeit in der Physik. Hier kann für die Menge der in einer Zeiteinheit geleisteten Arbeit ein skalarer Wert angegeben werden unabhängig davon, in welcher physikalischen Form diese erbracht wird. Da alle Energieformen tatsächlich ineinander überführbar sind, gibt es reproduzierbare Umrechnungsfaktoren verschiedener Leistungen, egal ob das z.B. mechanische, elektrische oder thermische Leistungen sind.

Auch auf dem Gebiet der menschlichen Arbeit gibt es einige Tätigkeiten, wo das Prinzip der durch einen Wert quantifizierbaren Arbeit sinnvoll erscheint. Das sind manuelle Tätigkeiten, die sich in gleicher Form laufend wiederholen, bei vernachlässigbar kleinen Qualitätsunterschieden. Hier kann die Leistung als proportional der produzierten Stückzahl angesehen werden (Stücklohn). Dann ist es aber auch schon fast vorbei. Selbst wenn man verschiedene manuelle Tätigkeiten miteinander vergleichen will, kommt man bereits in Schwierigkeiten. Wie soll man z.B. die Leistung des Haarschneidens mit der Leistung des Kühemelkens vergleichen. Selbst innerhalb einer einzigen Berufsgruppe ist es oft schwierig individuelle Leistungen zu bewerten. Wer kann z.B. die Leistungsunterschiede von zwei Lehrern objektiv bewerten.

Es fragt sich also, ob es überhaupt sinnvoll ist, den Begriff der Leistung, der suggeriert, daß diese Leistung auch meßbar sei, für die menschliche Arbeit überhaupt einzuführen. Leider gibt es trotz der Schwierigkeiten keine Möglichkeit, dem Problem einfach aus dem Wege zu gehen. Erstens ist es notwendig, in einem Gesellschaftssystem, in dem gemeinsam gearbeitet und individuell konsumiert wird, ein Verteilungssystem der Güter zu installieren, denn es muß das einzelne Individuum motiviert werden, an der gemeinsamen Arbeit, die Anstrengung erfordert, mit möglichst optimalem Einsatz seiner Fähigkeiten teilzunehmen. Dabei ist es natürlich verlockend durch eine differenzierte Güter-

verteilung, die erst durch die regelmäßige Produktion eines Mehrprodukts möglich wurde, die quantitativ und qualitativ unterschiedlichen Fähigkeiten der Gesellschaftsmitglieder zu aktivieren.

Marx geht von der Meßbarkeit der menschlichen Arbeit aus, in dem er die notwendige Arbeitszeit als das Maß für die geleistete Arbeit ansieht. Er schreibt: *„Wie aber mißt man Arbeitsquanta? Nach der Dauer der Arbeitszeit, indem man die Arbeit nach Stunde, Tag etc. mißt.“* (But how does one measure quantities of labour? By the time the labour lasts, in measuring the labour by the hour, the day, etc) Dabei berücksichtigt er die Tatsache, daß es individuelle Unterschiede in der Quantität und der Qualität der verschiedenen Arbeiten gibt, indem er weiter schreibt: *„Um dieses Maß anzuwenden, reduziert man natürlich alle Arbeitsarten auf durchschnittliche oder einfache Arbeit als ihre Einheit.“* (Of course to apply this measure, all sorts of labour are reduced to average or simple labour as their unit.) [2] An anderer Stelle äußert er sich dazu ebenfalls: *„Andererseits muß in jedem Wertbildungsprozeß die höhere Arbeit stets auf gesellschaftliche Durchschnittsarbeit reduziert werden, z.B. ein Tag höherer Arbeit auf x Tage einfacher Arbeit. Man erspart also eine überflüssige Operation und vereinfacht die Analyse durch die Annahme, daß der vom Kapital verwandte Arbeiter einfache gesellschaftliche Durchschnittsarbeit verrichtet.“* [3] Dabei geht er aus verständlichen Gründen nicht weiter ins Detail, so daß bei ihm das Problem der Bewertung der individuellen Arbeit natürlich nicht ausreichend geklärt werden konnte. Damals hatten andere Probleme Priorität, nämlich die Formulierung des Wertgesetzes.

Die Protagonisten der kapitalistischen Marktwirtschaft überlassen das Problem, wie so viele andere, ihrem Universalregelmechanismus „Angebot und Nachfrage“ und ersparen sich damit intensives Nachdenken darüber, nach dem Motto „Der Markt wird's schon richten“.

In meinen marktwirtschaftlichen Modellen [4] bin ich auch zunächst dem Problem aus dem Weg gegangen, indem ich die Arbeiter zu einem Wirtschaftssubjekt mit einheitlicher universell einsetzbarer Arbeitskraft idealisiert habe. Dabei habe ich stillschweigend vorausgesetzt, daß jeder Arbeiter, der Arbeit findet, seine Arbeitskraft auch mit normaler Intensität einsetzt, ohne mich darum zu kümmern, was ihn dazu bewegt.

Da die Funktionsweise einer Marktwirtschaft ohne die Formulierung der Tatsachen, die das Individuum zum Handeln motivieren, nicht plausibel gemacht werden kann, will ich mich nun diesem Problem ausführlicher widmen. Dabei will ich nicht von dem mechanistischen Leistungsbegriff ausgehen und das Problem von einer anderen Seite angehen, um dadurch eine differenziertere Sicht auf das Problem zu erlangen und objektiv quantifizierbare Aussagen zu ermöglichen.

## 2 Formulierung des Problems

Welche Aufgabe hat eigentlich ein differenziertes Entlohnungssystem in Verbindung mit einem freien Arbeitsmarkt bei kollektiver Produktion?

Erstens soll es dafür sorgen, daß ein Arbeiter, der eine Tätigkeit in einem Beruf aufgenommen hat, in dieser Tätigkeit seine Fähigkeiten ausschöpft. Daraus resultiert sofort einsichtig, daß für eine Tätigkeit, deren Nutzen mindesten im Vergleich zu gleichartigen Tätigkeiten quantifizierbar ist, ein größerer Nutzen durch einen höheren Lohn honoriert wird. Dabei kann sich die Größe des Nutzens auch auf eine oder mehrere Kennziffern für die Qualität der Arbeit beziehen. Der Verdienst muß aber nicht notwendigerweise proportional der Quantität des Nutzens sein. Das entspricht zunächst noch dem traditionellen Verständnis vom Leistungsprinzip.

Zweitens ist die Gesellschaft als gemeinsam produzierende Vereinigung von Menschen daran interessiert, daß die einzelnen Mitglieder der Gesellschaft entsprechend ihren unterschiedlichen körperlichen und geistigen Fähigkeiten und entsprechend den unterschiedlichen Anforderungen der verschiedenen Tätigkeiten bzw. Berufe so auf diese verteilt werden, daß ein maximales und gleichzeitig bedarfsgerechtes Sortiment an Arbeitsleistungen erbracht wird. Dieses Leistungssortiment widerspiegelt sich durch ein maximales und bedarfsgerechtes Produkt- und Dienstleistungssortiment.

Von einem Entlohnungssystem im Zusammenhang mit einem freien Arbeitsmarkt zu erwarten, diese komplexe Aufgabe zu lösen, ist nicht selbstverständlich. Es ist aber die Mühe wert, das einmal ausführlich zu untersuchen. Denn nur unter diesen Bedingungen ist ein freier Arbeitsmarkt sinnvoll, wo sich jeder nur um die Beschäftigung in der Tätigkeit bemühen muß, wo er seinen Fähigkeiten entsprechend mit dem für ihn persönlich höchstmöglichen Verdienst rechnen kann. Ein derart funktionierender Arbeitsmarkt würde eine Menge Administration sparen. Selbst wenn man davon ausgehen kann, daß nicht jeder seine Fähigkeiten richtig einschätzen kann, ist doch davon auszugehen, daß gesamtgesellschaftlich bei dem ehrlichen Bemühen für sich den richtigen Beruf zu wählen, die Trefferquote höher liegen dürfte, als bei jeder administrativ vorgenommenen Bewertung der Fähigkeiten der einzelnen Gesellschaftsmitglieder.

Von einer wissenschaftlich begründeten Beantwortung dieser Frage kann auch eine Beantwortung der Frage nach der notwendigen Höhe der Differenzierung der Löhne erwartet werden. Diese wiederum könnte die Frage beantworten, ob es möglich ist, eine Marktwirtschaft mit dem Attribut sozial zu versehen.

Um diese Frage theoretisch zu klären, soll nachfolgend ein mathematisches Modell eines Arbeitsmarktes mit einem entsprechenden Lohnsystem entworfen werden.

### 3 Mathematische Beschreibung einer Beschäftigungsstruktur

#### Primäre Parameter:

- Es existieren  $a$  Arbeiter.
- Diese sind in  $m_3$  verschiedenen Berufen beschäftigt, die mit dem Index  $j_3$  durchnummeriert sind.
- Es wird angenommen, daß die Leistung innerhalb eines Berufes meßbar sei. Für jeden Beruf kann es dementsprechend eine besondere Maßeinheit bzw. ein **Normal  $Md_{j_3}$  für die Arbeitsleistung** geben.
- Ein Arbeiter  $j_1$  besitzt für jeden Beruf  $j_3$  eine bestimmte individuelle Fähigkeit, bei üblicher Anstrengung eine entsprechende Produktivität  $P_{j_1, j_3}$  zu erbringen. Die Gesamtheit aller Produktivitäten  $P_{j_1, j_3}$  eines Arbeiters  $j_1$  ergeben einen Vektor  $P_{j_1}$ , den wir Produktivitätsprofil nennen. Prinzipiell besitzt jeder Arbeiter sein eigenes individuelles Produktivitätsprofil. Zur Reduzierung des mathematischen Aufwands nehmen wir aber an, daß es jeweils mehrere Arbeiter geben kann mit dem gleichen Produktivitätsprofil. Diese Arbeiter sollen zu einer Produktivitätsgruppe zusammengefaßt werden.
- Dementsprechend wird angenommen: Es gibt  $m_2$  verschiedene **Produktivitätsgruppen**, die mit dem Index  $j_2$  durchnummeriert sind. Das Produktivitätsprofil der Gruppe  $j_2$  ist gegeben durch den Produktivitätsprofilvektor  $P_{j_2}$ , der aus den Komponenten  $P_{j_2, j_3}$  besteht. Die Vektoren  $P_{j_2}$  der Produktivitätsgruppen können zusammengefaßt werden zu einer Matrix, die wir die Matrix der Produktivitätsprofile oder kurz Produktivitätsmatrix  $P$  der Gesellschaft nennen.
- Die Komponenten  $P_{j_2, j_3}$  der Produktivitätsmatrix  $P$  werden dimensionslos gemacht mit dem entsprechenden Normal  $Md_{j_3}$ , so daß sich die **dimensionslose Produktivitätsmatrix  $p$**  mit den dimensionslosen Komponenten  $p_{j_2, j_3}$  ergibt.

$$p = \begin{bmatrix} p_{1,1} & \cdots & p_{1, j_3} & \cdots & p_{1, m_3} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ p_{j_2,1} & \cdots & p_{j_2, j_3} & \cdots & p_{j_2, m_3} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ p_{m_2,1} & \cdots & p_{m_2, j_3} & \cdots & p_{m_2, m_3} \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad p_{j_2, j_3} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{P_{j_2, j_3}}{Md_{j_3}} \quad (1)$$

- Zu jeder Produktivitätsgruppe  $j_2$  gehören  $ap_{j_2}$  Arbeiter, die das entsprechende Produktivitätsprofil aufweisen. Alle diese Anzahlen können wir zusammenfassen zu einem Vektor  $ap$ , der aus den  $m_2$  Komponenten  $ap_{j_2}$  besteht und den wir **Vektor der Produktivitätsgruppengrößen** nennen.

Eigentlich hat jeder Arbeiter sein eigenes Produktivitätsprofil. Durch die Einführung der Produktivitätsgruppen haben wir keine wesentliche Einschränkung des allgemeinen Falls gemacht, denn wenn wir alle Produktivitätsgruppengrößen gleich eins setzen, ist wieder für jeden Arbeiter ein eigenes Produktivitätsprofil angegeben.

- Unter der Annahme der Vollbeschäftigung ist die Summe aller Produktivitätsgruppengrößen gleich der Anzahl  $a$  der Arbeiter

$$a = \sum_{j_2=1}^{m_2} ap_{j_2} \quad (2)$$

- Die Arbeiter einer Produktivitätsgruppe können in verschiedenen Berufen beschäftigt sein. So können z.B. im Beruf  $j_3$  aus der Produktivitätsgruppe  $j_2$  die Anzahl von  $ac_{j_2, j_3}$  Arbeitern beschäftigt sein. Diese Aussage kann zu jeder Produktivitätsgruppe und jedem Beruf gemacht werden. Alle Anzahlen  $ac_{j_2, j_3}$  für  $j_2=1$  bis  $m_2$  und  $j_3=1$  bis  $m_3$  ergeben dann eine Matrix  $ac$  mit  $m_2$  Zeilen und  $m_3$  Spalten, die **Beschäftigungsmatrix** heißen soll.

$$ac = \begin{bmatrix} ac_{1,1} & \cdots & ac_{1,j_3} & \cdots & ac_{1,m_3} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ ac_{j_2,1} & \cdots & ac_{j_2,j_3} & \cdots & ac_{j_2,m_3} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ ac_{m_2,1} & \cdots & ac_{m_2,j_3} & \cdots & ac_{m_2,m_3} \end{bmatrix}$$

- Bei Vollbeschäftigung gilt dann

$$a = \sum_{j_2=1}^{m_2} \sum_{j_3=1}^{m_3} ac_{j_2,j_3} \quad (3)$$

Nun soll noch ein Vektor als Prüfkriterium der Bedarfsgerechtigkeit der Beschäftigungsstruktur eingeführt werden.

- Nehmen wir an, es ist eine bedarfsgerecht produzierende Volkswirtschaft gegeben, in der jedes Unternehmen angeben kann, welches Beschäftigungsvolumen es in jedem Beruf benötigt, um seine Produktion zu realisieren. So kann ein **Vektor  $db_0$  einer bedarfsgerechten Leistungsstruktur** angegeben werden, dessen Komponenten  $db_{0,j_3}$  für jeden Beruf  $j_3$  angeben, welche berufsspezifische Leistung in dem jeweiligen Beruf geleistet werden muß, so daß diese bedarfsgerecht produzierende Wirtschaft auch berufsspezifisch mit bedarfsgerechten Arbeitsleistungen versorgt wird.

$$db_0 = \begin{bmatrix} db_{0,1} \\ \vdots \\ db_{0,j_3} \\ \vdots \\ db_{0,m_3} \end{bmatrix}$$

Bei einem eventuellen Wachstum der Wirtschaft wird vereinfachend davon ausgegangen, daß sich die Proportionen des Bedarfs an berufsspezifischen Leistungen kurzfristig nicht ändern. Das bedeutet, daß auch jedes Vielfache dieses Vektors eine bedarfsgerechte Leistungsstruktur ergibt.

Damit sind alle primären Parameter zur Beschreibung einer Beschäftigungsstruktur eingeführt.

#### Sekundäre Parameter:

Alle nachfolgend einzuführenden sekundären Parameter lassen sich aus den primären ableiten. Sie dienen dazu, die späteren Ergebnisse einer Optimierung leichter bewerten zu können.

Die **normierte Produktivität  $pn_{j_3}$**  wird für jeden Beruf  $j_3$  definiert durch

$$pn_{j_3} \text{ def} = \frac{1}{a} \cdot \sum_{j_2=1}^{m_2} p_{j_2,j_3} \cdot ap_{j_2} \quad (4)$$

Man kann diesen Wert interpretieren als die mittlere Produktivität aller Arbeiter, auch der, die nicht in diesem Beruf arbeiten. Diese Werte würden sich auch als mittlere Produktivität aller in dem Beruf beschäftigten Arbeiter ergeben, wenn die Anzahl der Arbeiter sehr groß ist, und die Verteilung der Arbeiter auf die jeweiligen Berufe vollständig dem Zufall überlassen würde und ihre jeweiligen Fähigkeiten in keiner Weise berücksichtigt werden. Damit ist  $pn_{j_3}$  also auch die **beschäftigungsunabhängige mittlere Produktivität** der Arbeiter der gesamten Gesellschaft. Diese kann als zeitlich konstanter Wert angesehen werden und soll als Basiswert dienen, um darzustellen, wie durch eine Optimierung der Beschäftigungsmatrix die tatsächliche Produktivität gesteigert werden kann.

Die  $m_3$  Parameter  $pn_{j_3}$  werden zusammengefaßt zu einem Vektor  **$pn$** , der das **normierte beschäftigungsunabhängige Produktivitätsprofil** der Gesellschaft darstellt.

Anhand der Beschäftigungsmatrix  $ac$  und der Produktivitätsmatrix  $p$  kann für jeden Beruf  $j_3$  berechnet werden, welche **Arbeitsleistung  $d_{j_3}$**  in diesem Beruf z.Z. geleistet wird.

$$d_{j_3} = \sum_{j_2=1}^{m_2} p_{j_2,j_3} \cdot ac_{j_2,j_3} \quad (5)$$

Der Vektor  **$d$** , bestehend aus den  $m_3$  Komponente  $d_{j_3}$ , ergibt die **Struktur der Arbeitsleistungen**, die gesamtgesellschaftlich z.Z. geleistet werden, bedingt durch die aktuelle Beschäftigungsmatrix  $ac$ .

Die aktuellen Anzahlen  $ae_{j3}$  der Arbeiter, die im jeweiligen Beruf  $j3$  beschäftigt sind, berechnen sich aus der Beschäftigungsmatrix  $ac$  durch

$$ae_{j3} = \sum_{j2=1}^{m2} ac_{j2,j3} \quad (6)$$

Sie werden im Vektor  $ae$  zusammengefaßt.

Die **mittlere Produktivität**  $pm_{j3}$  wird für jeden Beruf  $j3$  definiert durch

$$pm_{j3} \text{ def} = \frac{d_{j3}}{ae_{j3}} = \frac{\sum_{j2=1}^{m2} p_{j2,j3} \cdot ac_{j2,j3}}{\sum_{j2=1}^{m2} ac_{j2,j3}} \quad (7)$$

Damit ist  $pm_{j3}$  also die mittlere Produktivität der tatsächlich in diesem Beruf beschäftigten Arbeiter und ist beschäftigungsabhängig. (Vergleiche Aussagewert  $pm$  mit Aussagewert  $pn$ )

Die  $m3$  Parameter  $pm_{j3}$  werden zusammengefaßt zu einem Vektor  $pm$ , der das **mittlere beschäftigungsabhängige Produktivitätsprofil** der Gesellschaft darstellt. Mit diesem Vektor ist im Marx'schen Sinne die „gesellschaftlich notwendige Arbeitszeit“ für ein Produkt gegeben.

Das Verhältnis zwischen der mittleren beschäftigungsabhängigen Produktivität  $pm_{j3}$  und der normierten (mittleren beschäftigungsunabhängigen) Produktivität  $pn_{j3}$  ergibt den **Faktor  $fp_{j3}$  der Produktivitätssteigerung** im jeweiligen Beruf  $j3$ .

$$fp_{j3} \text{ def} = pm_{j3} / pn_{j3} \quad (8)$$

Da nicht in jedem Beruf Arbeiter aller Produktivitätsgruppen arbeiten müssen, kann durch geschickte Beschäftigungspolitik dafür gesorgt werden, daß in jedem Beruf möglichst die jeweils produktivsten arbeiten. Die Faktoren  $fp_{j3}$  geben Auskunft, in wieweit nur durch die Beschäftigungspolitik gesamtgesellschaftliche Produktivitätssteigerungen realisiert wurden, und stellen damit Qualitätskriterien der Beschäftigungspolitik dar.

Der Vektor  $db0$  ist zunächst willkürlich angegeben in bezug auf das Niveau seiner Komponenten insgesamt, da für die Beschreibung einer bedarfsgerechten Leistungsstruktur zunächst nur die Relationen der Komponenten zueinander von Bedeutung sind. Dieser Vektor soll normiert werden, indem ein Vektor  $dbn$  für eine **normierte bedarfsgerechte Leistungsstruktur** eingeführt wird.

$$dbn_{j3} \text{ def} = db0_{j3} / \sum_{j1=1}^{m3} \frac{db0_{j1}}{pn_{j1}} \quad \text{für } j3=1 \text{ bis } m3 \quad (9)$$

Da der Wert im Nenner dieser Formel bezogen auf den Index  $j3$  konstant ist, ist offensichtlich, daß der Vektor  $dbn$  ein Vielfaches (bzw. einen Bruchteil) des Vektors  $db0$  darstellt und demzufolge auch eine bedarfsgerechte Leistungsstruktur ist. Außerdem entspricht der Vektor  $dbn$  der Leistungsstruktur einer Gesellschaft, die bedarfsgerecht produziert, die nur aus einem „normalen“ Arbeiter besteht, dessen individuelles Produktivitätsprofil  $pn$  ist.

Der Vektor  $d$  der aktuellen gesamtgesellschaftlichen Leistungsstruktur, welche bedingt ist durch die Beschäftigungsmatrix  $ac$ , muß nicht bedarfsgerecht sein. **Der größte in ihm enthaltene Vektor, der eine bedarfsgerechte Leistungsstruktur darstellt**, wird mit  $db$  bezeichnet.  $db$  ist dann der größte Vektor einer bedarfsgerechten Leistungsstruktur, der im Vektor  $d$  enthalten ist, wenn für alle  $db_{j3}$  mit  $j3= 1$  bis  $m3$  gilt:

$$db_{j3} = fg \cdot a \cdot dbn_{j3} \quad (10)$$

,wobei alle  $db_{j3} \leq d_{j3}$  und für mindestens ein  $j3$  gilt  $db_{j3} = d_{j3}$  .

Damit wurde auch gleich der Faktor  $fg$  eingeführt. Er stellt den **Faktor der gesamtgesellschaftlichen Leistungssteigerung** dar, bedingt durch die Beschäftigungsmatrix  $ac$ . Er ist der wichtigste Parameter für die Bewertung der Güte der Beschäftigungsmatrix und wird deshalb später auch als Zielfunktion einer Optimierungsrechnung herangezogen.

Zur Bewertung der Bedarfsgerechtigkeit der Arbeitsleistungen können die Faktoren  $fb_{j3}$  definiert werden durch

$$fb_{j3} \text{ def} = db_{j3} / d_{j3} \quad (11)$$

Sie geben demnach für jeden Beruf an, wie groß der bedarfsgerechte Anteil der Arbeit an der im jeweiligen Beruf insgesamt geleisteten Arbeit ist. Angestrebt wird, daß alle  $fb_{j3}$  den Wert eins annehmen, denn dann wird vollständig bedarfsgerecht gearbeitet.

Aus diesen Faktoren läßt sich der komplexere Faktor **fbg** angeben, der einen schnellen Überblick über die gesamtgesellschaftliche Bedarfsgerechtigkeit der Arbeitsleistungen gibt.

$$fbg \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{a} \cdot \sum_{j3=1}^{m3} fb_{j3} \cdot ae_{j3} \quad (12)$$

Wenn  $fbg=1$  ist, dann wird insgesamt bedarfsgerecht gearbeitet. Der Faktor gibt an, welcher Anteil der Arbeiter an der gesamtgesellschaftlich bedarfsgerechten Arbeitsleistungsstruktur  $db$  beteiligt ist innerhalb der evtl. nicht bedarfsgerechten Arbeitsleistungsstruktur  $d$ .

## 4 Demonstrationsbeispiel

An einem kleinen Demonstrationsbeispiel sollen nun die vorangegangenen Ausführungen illustriert werden. Es wird aber darauf hingewiesen, daß die angegebenen Werte in ihrer Auswahl und Größe willkürlich festgelegt wurden und eine annähernde Übereinstimmung mit tatsächlichen Verhältnissen nicht angestrebt wurde, weil sie bei einer derart geringen Anzahl von ausgewählten Berufen prinzipiell nicht möglich ist. Es geht um das Prinzip.

Es gibt 100 arbeitsfähige Mitglieder (Arbeiter) der Gesellschaft, d.h.  $a=100$ .

Es gibt 4 verschiedene Berufe, d.h.  $m3=4$ .

Die Arbeitsleistungen der Berufe sind in den entsprechenden Maßeinheiten meßbar:

$j3$	Beruf	Maßeinheit/Normal der Arbeitsleistung
1	Bauer	100 kg Getreide pro Tag
2	Bäcker	50 kg Brot pro Tag
3	Maurer	1 m <sup>2</sup> Gebäudenutzfläche pro Tag
4	Mechaniker	0,1 Stück Maschine pro Tag

Damit ist der Vektor der Maßeinheiten bzw. Normale der Arbeitsleistungen gegeben durch

$$Md = \begin{bmatrix} Md_1 \\ Md_2 \\ Md_3 \\ Md_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \text{ kg} & \text{Getreide / Tag} \\ 50 \text{ kg} & \text{Brot / Tag} \\ 1 \text{ qm} & \text{Gebäudenutzfläche / Tag} \\ 0,1 & \text{Stück Maschinen / Tag} \end{bmatrix}$$

Mit diesen Normalen werden nachfolgend alle Parameter, die Arbeitsleistungen enthalten dimensionslos gemacht. Kurzbezeichnungen mit großem Anfangsbuchstaben stehen für dimensionsbehaftete Parameter und Kurzbezeichnungen mit kleinem Anfangsbuchstaben stehen für die entsprechenden dimensionslosen Parameter.

Es gibt 10 verschiedene Produktivitätsgruppen, d.h.  $m2=10$  und zu jeder Produktivitätsgruppe gehören 10 Arbeiter, d.h.  $ap_{j2}=10$  für alle  $j2= 1$  bis  $m2$ . Die individuellen Produktivitätsprofile aller Arbeiter der Gesellschaft werden durch die dimensionslose Produktivitätsmatrix  $p$  beschrieben

$$p = \begin{matrix} j3: & 1 & 2 & 3 & 4 & & j2 \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 2 & 1,5 \\ 2 & 4 & 3 & 2,5 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 8 & 2 & 2 & 2 \\ 2,5 & 3 & 2 & 1 \\ 6 & 6 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \\ 1 & 1 & 1,5 & 2 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \end{matrix} & \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix} & \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Die erste Zeile der Produktivitätsmatrix  $p$  bedeutet z.B., daß ein Arbeiter der ersten Produktivitätsgruppe in der Lage ist, als Bauer ( $j_3=1$ ) 1·100 kg Getreide pro Tag zu produzieren, oder als Bäcker ( $j_3=2$ ) 1·50 kg Brot pro Tag zu Backen, oder als Maurer ( $j_3=3$ ) einen Teil eines Gebäudes, der im Durchschnitt 2·1 m<sup>2</sup> Nutzfläche entspricht, zu errichten, oder als Mechaniker ( $j_3=4$ ) 4·0,1 Maschinen zu fertigen.

Es ist der Vektor  $db_0$  einer bedarfsgerechten Leistungsstruktur gegeben durch

$$db_0 = [ 2 \quad 2 \quad 3 \quad 4 ]$$

Das bedeutet, daß die Arbeitsleistungen von 2·100 kg Getreide pro Tag und 2·50 kg Brot pro Tag und 3·1 m<sup>2</sup> Gebäudenutzfläche pro Tag und 4·0,1 Maschinen pro Tag eine bedarfsgerechte Leistungsstruktur darstellen.

Jetzt soll noch eine Beschäftigungsmatrix vorgegeben werden, die noch nicht optimal sein soll, sondern willkürlich festgelegt ist. Als einfach überschaubares Beispiel sollen am Anfang in jedem Beruf jede Produktivitätsgruppe zu gleichen Anteilen enthalten sein und die Anzahl der Beschäftigten in jedem Beruf auch gleich sein. Damit ist am Anfang die Beschäftigungsmatrix  $ac$  vorgegeben durch.

$$ac = \begin{bmatrix} 2,5 & 2,5 & 2,5 & 2,5 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 2,5 & 2,5 & 2,5 & 2,5 \end{bmatrix}$$

Damit sind alle primären Parameter gegeben.

Jetzt würde die Aufgabe bestehen eine optimale Beschäftigungsmatrix zu ermitteln, was aber erst nach Kenntnis der nächsten Abschnitte möglich ist. Zunächst können aber noch einige sekundäre Parameter dieses Demonstrationsbeispiels berechnet werden, die später für die Bewertung unserer Beschäftigungsmatrix geeignet sind.

Die normierten Produktivitäten  $pn_{j_3}$  berechnen sich nach Gleichung (4) (siehe Seite 7) und ergeben folgende Werte:

$$pn = [ 2,45 \quad 2,00 \quad 1,65 \quad 2,30 ]$$

Die aktuellen mittleren Produktivitäten  $pm_{j_3}$  berechnen sich nach der Gleichung (7) (siehe Seite 8) und ergeben mit der zur Zeit festgelegten Beschäftigungsmatrix folgende Werte:

$$pm = [ 2,45 \quad 2,00 \quad 1,65 \quad 2,30 ]$$

$pn$  und  $pm$  sind z.Z. gleich, weil ja zunächst alle Produktivitätsgruppen in allen Berufen zu gleichen Teilen vertreten sind. Dadurch sind auch die Faktoren  $fp_{j_3}$  der Produktivitätssteigerungen in den einzelnen Berufen alle gleich eins.

Mit  $fp_{j_3} = pm_{j_3} / pn_{j_3}$  sind  $fp_1=1$   $fp_2=1$   $fp_3=1$   $fp_4=1$

D.h. mit der vorgegebenen Beschäftigungsmatrix ergibt sich noch keine Produktivitätssteigerung gegenüber den normierten Produktivitäten  $pn$ .

Die normierte bedarfsgerechte Leistungsstruktur berechnet sich nach der Gleichung (9) (siehe Seite 8) und ergibt folgende Werte:

$$dbn = [ 0,3722 \quad 0,3722 \quad 0,5583 \quad 0,7444 ]$$

Die Komponenten des Vektors  $d$  der gesamtgesellschaftlichen Arbeitsleistungen berechnen sich nach der Gleichung (5) (siehe Seite 7) und ergeben die Werte:

$$d = [ 61,25 \quad 50,00 \quad 41,25 \quad 57,50 ]$$

In dem Vektor  $d$  ist der maximale bedarfsgerechte Vektor  $db$  enthalten:

$$db = [ 27,50 \quad 27,50 \quad 41,25 \quad 55,00 ]$$

Der Vergleich des Vektors  $d$  mit dem Vektor  $db$  zeigt, daß nur die Leistungen im Beruf  $j_3=3$  übereinstimmen. Das heißt, daß z.Z. nur die Arbeiter im Beruf  $j_3=4$  alle für eine bedarfsgerechte Leistungsstruktur arbeiten, während in den anderen drei Berufen ein relatives Überangebot an Arbeitskräften besteht. Durch Fluktuation einiger Arbeiter aus den ersten drei Berufen in den 4. Beruf könnte z.B. der Vektor  $db$  vergrößert werden und das relative Überangebot an Arbeitskräften in den ersten drei Berufen reduziert werden.

Die Faktoren  $fb_{j_3}$  zur Bewertung der Bedarfsgerechtigkeit der Arbeitsleistungen in den einzelnen Berufen berechnen sich nach Gleichung (11) (siehe Seite 8)

$$fb_1 = \frac{db_1}{d_i} = \frac{27,50}{61,25} = 0,4490 \quad fb_2 = \frac{27,50}{50,00} = 0,5500 \quad fb_3 = \frac{41,25}{41,25} = \underline{1,0000} \quad fb_4 = \frac{55,00}{57,50} = 0,9565$$

Sie zeigen, daß die Gesellschaft insgesamt noch weit von einer bedarfsgerechten Arbeitsleistung entfernt ist.

Der Faktor  $fbg$  der ein Maß für die gesamtgesellschaftliche Bedarfsgerechtigkeit der Arbeitsleistungen ist, berechnet sich nach der Gleichung (12) (siehe Seite 9) und ergibt den Wert

$$fbg = 0,739$$

Der Faktor  $fg$  der gesamtgesellschaftlichen Leistungssteigerung berechnet sich nach einer der m3 Gleichungen (10) (siehe Seite 8).

$$fg = \frac{db_1}{a \cdot dbn_1} = \frac{db_2}{a \cdot dbn_2} = \frac{db_3}{a \cdot dbn_3} = \frac{db_4}{a \cdot dbn_4} \quad (13)$$

$$fg = \frac{27,50}{100 \cdot 0,3722} = \frac{27,50}{100 \cdot 0,3722} = \frac{41,25}{100 \cdot 0,5583} = \frac{55,00}{100 \cdot 0,7444} = 0,74$$

Dieser komplexe Faktor resultiert aus den jeweiligen Produktivitätssteigerungen in den einzelnen Berufen und aus den Bedarfsgerechtigkeiten der jeweiligen Berufe, die alle wiederum von der Beschäftigungsmatrix  $ac$  abhängen. Da die mittleren Produktivitäten  $pm_{j3}$  in unserem Beispiel alle gleich den normierten Produktivitäten  $pn_{j3}$  sind und damit alle  $fp_{j3}=1$  sind, ist  $fg=fbg$ . Dieses Beispiel zeigt bereits, daß durch unzweckmäßige Wahl der Beschäftigungsmatrix  $ac$  auch eine gesamtgesellschaftliche Leistungsverschlechterung eintreten kann. In unserem Fall wurde die Leistungsverschlechterung ausschließlich durch nicht bedarfsgerechte Arbeitsleistungen in den einzelnen Berufen bewirkt.

## 5 Die optimale gesamtgesellschaftliche Beschäftigungsstruktur

Bevor ein entsprechender Arbeitsmarkt modelliert wird, soll auf theoretischem Weg die optimale Beschäftigungsmatrix berechnet werden.

### 5.1 Kriterium einer optimalen Beschäftigungsstruktur

Außer der Beschäftigungsmatrix  $ac$ , die durch individuelle Fluktuation oder durch beschäftigungspolitische Maßnahmen verändert werden kann, sind alle anderen primären Parameter zur Beschreibung einer Beschäftigungsstruktur über die Zeit konstant gemäß den oben formulierten Annahmen. Damit ist die Beschäftigungsmatrix zunächst das ausschließliche Ziel der Optimierung.

Das Interesse der Konsumenten einer Volkswirtschaft besteht darin, daß das Arbeitsvermögen aller Arbeiter in der Weise eingesetzt wird, daß durch eine optimale Beschäftigungsmatrix  $ac$  ein maximales bedarfsgerechtes Sortiment an Waren und Dienstleistungen erzeugt wird. Damit kann das Optimalitätskriterium für eine Beschäftigungsmatrix  $ac$  angegeben werden:

**Eine Beschäftigungsmatrix  $ac$  ist dann optimal, wenn sie einen maximalen bedarfsgerechten Leistungsvektor  $db$  ergibt.**

Das ist genau dann der Fall, wenn der bereits eingeführte Faktor  $fg$  der gesamtgesellschaftlichen Leistungssteigerung ein Maximum erreicht.

### 5.2 Lösungsverfahren zur Berechnung einer optimalen Beschäftigungsmatrix

Die Optimierung der Beschäftigungsmatrix  $ac$  führt auf ein lineares Optimierungsproblem, welches mit dem Simplexverfahren gelöst werden kann. Zu allgemeinen Aussagen zum Simplexalgorithmus wird auf Abschnitt 4.2.1 des Bandes 1 [4] verwiesen.

Gesucht ist also eine maximale bedarfsgerechte Leistungsstruktur  $db$  in Abhängigkeit von den unbekanntenen Variablen  $ac_{j2,j3}$ , den Komponenten der Beschäftigungsmatrix.

Für jede Komponente  $db_{j3}$  der bedarfsgerechten Leistungsstruktur gilt gemäß Gleichung (10) (siehe Seite 8)

$$db_1 = fg \cdot a \cdot dbn_1 \quad \dots \quad db_{j3} = fg \cdot a \cdot dbn_{j3} \quad \dots \quad db_{m3} = fg \cdot a \cdot dbn_{m3}$$

Die Anzahl  $a$  der Arbeiter und die normierte bedarfsgerechte Leistungsstruktur  $dbn$  sind vorgegeben und können nicht beeinflusst werden. Um  $db$  zu maximieren muß also der Faktor  $fg$  maximiert werden, der in allen  $m3$  Gleichungen enthalten ist.

Jede der  $m3$  Gleichungen kann demnach als lineare Zielfunktion verwendet werden, denn bei dem einen für  $fg$  möglichen Maximum ergibt sich nach diesen  $m3$  Gleichungen ein insgesamt maximaler Vektor  $db$ . Wir nehmen die erste Gleichung.

Wenn man davon ausgeht, daß bei einer optimalen Beschäftigungsmatrix  $ac$  der Leistungsvektor  $d$  und der darin enthaltene bedarfsgerechte Leistungsvektor  $db$  identisch sein müssen, weil keine Arbeitskraft vergeudet werden darf, kann in die erste Gleichung die Gleichung (5) (siehe Seite 7) eingesetzt werden. Und so lautet die lineare Zielfunktion für das Hauptproblem

$$-fg = -\frac{1}{a \cdot dbn_1} \cdot \sum_{j2=1}^{m2} p_{j2,1} \cdot ac_{j2,1} = \text{Minimum} \quad (14)$$

Nun muß noch durch Formulierung geeigneter Nebenbedingungen dafür gesorgt werden, daß die inneren Gesetzmäßigkeiten, die mit der Beschäftigungsmatrix zusammenhängen, außerdem berücksichtigt werden.

Das sind zunächst die  $m3-1$  oben angeführten Gleichungen, die nicht als Zielfunktion verwendet werden und deshalb in anderer Form als Nebenbedingung eingehen müssen. Diese haben über den konstanten Faktor  $fg \cdot a$  einen inneren Zusammenhang, der auch so geschrieben werden kann

$$fg \cdot a = \frac{db_1}{dbn_1} = \frac{db_2}{dbn_2} \quad \dots \quad \frac{db_1}{dbn_1} = \frac{db_{j3}}{dbn_{j3}} \quad \dots \quad \frac{db_1}{dbn_1} = \frac{db_{m3}}{dbn_{m3}} \quad (15)$$

In die  $m3-1$  Gleichungen kann ebenfalls die Gleichung (5) eingesetzt werden. Dementsprechend kann formuliert werden, für  $j3= 2$  bis  $m3$  gilt

$$\sum_{j2=1}^{m2} \frac{p_{j2,1}}{dbn_1} \cdot ac_{j2,1} - \sum_{j2=1}^{m2} \frac{p_{j2,j3}}{dbn_{j3}} \cdot ac_{j2,j3} = 0 \quad (16)$$

womit  $m_3 - 1$  Nebenbedingungen gegeben sind.

Als weitere  $m_2$  Nebenbedingungen ist die Tatsache zu berücksichtigen, daß die Größen  $a_{j2}$  der Produktivitätsgruppen vorgegeben sind, so daß bei Vollbeschäftigung gilt

$$\sum_{\beta=1}^{m_3} a_{c_{j2,j3}} = a_{p_{j2}} \quad (17)$$

womit  $m_2$  weitere Nebenbedingungen gegeben sind.

Damit ist das Optimierungsproblem bereits vollständig beschrieben. Es kann ein Simplextableau geschrieben werden, welches  $m_2 \cdot m_3$  unbekannte Variable hat,  $m_2 + m_3 - 1$  lineare Nebenbedingungen und eine lineare Zielfunktion für das Hauptproblem. Da alle Nebenbedingungen in nicht kanonischer Form vorliegen, sind  $m_2 + m_3 - 1$  Hilfsvariable einzuführen und damit zunächst das Hilfsproblem zu lösen.

Anschließend kann das Hauptproblem gelöst werden, falls die Zielfunktion des Hilfsproblems Null wurde. Wenn die Lösung der Hilfszielfunktion nicht Null wird, gibt es keine Lösung für das Hauptproblem.

Für die numerische Lösung des Optimierungsproblems mit dem Simplexalgorithmus wurde ein TurboPascal-Programm geschrieben, so daß für unser Demonstrationsbeispiel auch die zahlenmäßige Lösung der optimalen Beschäftigungsstruktur angegeben werden kann.

### 5.3 Testrechnung mit dem Demonstrationsbeispiel

Dem bereits dargestellten Demonstrationsbeispiel wurde zunächst irgend eine nicht optimale Beschäftigungsmatrix  $ac$  vorgegeben. Wir können jetzt die zugehörige optimale Matrix angeben und zur Bewertung des Ergebnisses die weiteren sekundären Parameter errechnen.

Bei den nachfolgend angegebenen Werten werden alle zu der optimalen Lösung gehörende Werte mit dem Index „optimal“ gekennzeichnet, um sie von den anderen Werten des Demonstrationsbeispiels mit der bereits oben angegebenen nicht optimalen Beschäftigungsmatrix zu unterscheiden, die zum Vergleich noch einmal angegeben werden.

Die optimale Beschäftigungsmatrix  $ac_{optimal}$  hat die Werte

$$ac_{optimal} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0,37 & 9,63 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 8,06 & 0 & 1,94 & 0 \\ 0 & 1,48 & 8,52 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \end{bmatrix} \quad ac = \begin{bmatrix} 2,5 & 2,5 & 2,5 & 2,5 \\ 2,5 & 2,5 & 2,5 & 2,5 \\ 2,5 & 2,5 & 2,5 & 2,5 \\ 2,5 & 2,5 & 2,5 & 2,5 \\ 2,5 & 2,5 & 2,5 & 2,5 \\ 2,5 & 2,5 & 2,5 & 2,5 \\ 2,5 & 2,5 & 2,5 & 2,5 \\ 2,5 & 2,5 & 2,5 & 2,5 \\ 2,5 & 2,5 & 2,5 & 2,5 \\ 2,5 & 2,5 & 2,5 & 2,5 \end{bmatrix}$$

Zur Erinnerung noch einmal die Interpretation der Beschäftigungsmatrix: Die erste Zeile von  $ac_{optimal}$  bedeutet, daß alle 10 Arbeiter der ersten Leistungsgruppe im vierten Beruf beschäftigt sind.

Die normierten Produktivitäten  $p_n$ , die mittleren Produktivitäten  $pm_{optimal}$  und die Produktivitätssteigerungsfaktoren  $fp_{optimal}$  haben die Werte

$$\begin{aligned} p_n &= [ 2,45 & 2,00 & 1,65 & 2,30 ] & \equiv & p_n = [ 2,45 & 2,00 & 1,65 & 2,30 ] \\ pm_{optimal} &= [ 8,00 & 5,61 & 1,90 & 4,35 ] & & pm = [ 2,45 & 2,00 & 1,65 & 2,30 ] \\ fp_{optimal} &= [ 3,26 & 2,81 & 1,15 & 1,89 ] & & fp = [ 1,00 & 1,00 & 1,00 & 1,00 ] \end{aligned}$$

Wie zu erkennen ist, hat die Optimierung in unserem Beispiel in den einzelnen Berufen teilweise erhebliche Produktivitätssteigerungen gebracht. Am geringsten fällt sie dort aus, wo wegen des hohen Bedarfs an Arbeitskräften keine so starke Selektion erfolgen kann, wie im Beruf  $j_3=3$  zu erkennen ist.

Die gesamtgesellschaftlichen Arbeitsleistungen  $d_{optimal}$ , die darin enthaltenen bedarfsgerechten Anteile  $db_{optimal}$  und die Faktoren  $fb_{optimal}$  der Bedarfsgerechtigkeit haben die Werte

$$d_{\text{optimal}} = [ \underline{64,44} \quad \underline{64,44} \quad \underline{96,67} \quad \underline{128,89} ] \quad d = [ 61,25 \quad 50,00 \quad \underline{41,25} \quad 57,50 ]$$

$$db_{\text{optimal}} = [ \underline{64,44} \quad \underline{64,44} \quad \underline{96,67} \quad \underline{128,89} ] \quad db = [ 27,50 \quad 27,50 \quad \underline{41,25} \quad 55,00 ]$$

$$fb_{\text{optimal}} = [ \underline{1,00} \quad \underline{1,00} \quad \underline{1,00} \quad \underline{1,00} ] \quad fb = [ 0,45 \quad 0,55 \quad \underline{1,00} \quad 0,96 ]$$

Erwartungsgemäß sind bei der optimalen Lösung  $d_{\text{optimal}} = db_{\text{optimal}}$ , d.h. in allen Berufen sind alle Arbeiter an der gesamtgesellschaftlichen bedarfsgerechten Arbeitsleistung beteiligt. Das ist eine notwendige, aber keine hinreichende Bedingung dafür, das tatsächlich das Optimum erreicht wurde.

Zum Schluß sollen noch die beiden komplexen Bewertungsparameter angegeben werden. Das sind der Faktor fbg der Bedarfsgerechtigkeit der gesamtgesellschaftlichen Arbeitsleistung und der Faktor fg der gesamtgesellschaftlichen Leistungssteigerung

$$fbg_{\text{optimal}} = 1,00 \quad fbg = 0,74$$

$$fg_{\text{optimal}} = 1,73 \quad fg = 0,74$$

Der Faktor  $fbg_{\text{optimal}}$  ist erwartungsgemäß Eins, da bereits alle  $fb_{\text{optimal}}$  die Werte Eins hatten.

Der wichtigste Bewertungsfaktor  $fg_{\text{optimal}}$  sagt uns, daß durch die optimale Beschäftigungsmatrix  $ac_{\text{optimal}}$ , also durch eine optimale Beschäftigungspolitik, gegenüber unserer willkürlichen anfänglichen Beschäftigungsmatrix  $ac$  mit  $fg=0,74$  eine gesamtgesellschaftliche Leistungssteigerung von

$$db_{\text{optimal}} / db = fg_{\text{optimal}} / fg = 1,73 / 0,74 = \mathbf{2,33}$$

möglich ist. Diese Leistungssteigerung beruht nur auf optimalem Einsatz der Arbeitskräfte, in dem jeder das macht, was er relativ zu den anderen am besten kann, unter Berücksichtigung des gesamtgesellschaftlichen Bedarfs. Dabei muß sich keiner mehr anstrengen als normal üblich, denn eine normale Anstrengung aller Arbeiter in jedem Beruf wurde bei der Aufstellung der Matrix  $p$  der individuellen Produktivitäten angenommen.

Daß diese Lösung auch wirklich das Optimum darstellt, ist aus der Ansicht der Ergebnisse nicht direkt zu erkennen. Daß es sich um das Optimum handelt, garantiert uns nur das Lösungsverfahren, der Simplexalgorithmus. Denkbar ist lediglich unter besonderen Umständen, das es evtl. noch einige andere Beschäftigungsmatrizen gibt, die zu der gleichen Leistungssteigerung führen.

## 6 Darstellung des Arbeitsmarktes

Bisher wurde die Beschäftigungsstruktur als Teilsystem einer Volkswirtschaft durch ein System von Matrizen und Vektoren mathematisch beschrieben. Das ist allerdings nur ein umfangreicher Datensatz, der einen Zustand allgemein beschreibt. Außerdem wurde durch einen mathematischen Lösungsalgorithmus der Datensatz berechnet, der den optimalen also durch die Gesellschaft anzustrebenden Zustand der Beschäftigungsstruktur beschreibt.

Doch jetzt kommt die entscheidende Frage: Wie muß das Teilsystem der Produktionsverhältnisse gestaltet werden, daß sich das System zu dieser optimalen Beschäftigungsmatrix hin bewegt und das möglichst durch ein sich selbstoptimierendes System?

Ein bekanntes Teilsystem, von dem diese Leistung mehr oder weniger erwartet wird, ist der Arbeitsmarkt. Ihn gibt es in der kapitalistischen Marktwirtschaft und in der realsozialistischen Planwirtschaft mit einigen Unterschieden.

Jetzt soll ein Arbeitsmarkt in mathematisch idealisierter Form dargestellt werden und untersucht werden, wie er sich in bezug auf unsere Wünsche einer Selbstoptimierung verhält.

Dazu ist es notwendig, Regeln zu formulieren, nach denen Fluktuationen der Arbeiter möglich sind, und dadurch Veränderungen der aktuellen noch nicht optimalen Beschäftigungsstruktur (Beschäftigungsmatrix) möglich werden. Außerdem müssen Triebkräfte beschrieben werden, die entsprechende Veränderungen bewirken.

### 6.1 Mathematisches Modell zur Simulation des Arbeitsmarktes

**Lohnsystem:**

- Für jeden Beruf  $j_3$  ist ein **Stücklohn**  $Ls_{j_3}$  festgelegt.
- Erbringt ein Arbeiter irgend einer Leistungsgruppe  $j_2$  in dem Beruf  $j_3$  eine Arbeitsleistung entsprechend seiner individuellen Produktivität  $P_{j_2,j_3}$ , so erhält er den **individuellen Leistungslohn**  $Ld_{j_2,j_3}$  mit

$$Ld_{j_2,j_3} = P_{j_2,j_3} \cdot Lds_{j_3} \quad (18)$$

Damit sind innerhalb eines Berufes die Prinzipien „gleicher Lohn für gleiche Arbeit“ und „jedem nach seiner Leistung“ realisiert.

- Mit dem entsprechenden Normal  $M_{j3}$  für die Arbeitsleistung im Beruf  $j3$ , dem **Normal  $M_p$  für die Preise** (z.B.  $M_p=1000$  DM) und dem **Normal  $M_t$  für die Zeit** (z.B.  $M_t=1$  Tag) können der **dimensionslose Stücklohn  $l_{j3}$**  und der **dimensionslose individuelle Leistungslohn  $l_{j2,j3}$**  eingeführt werden.

$$l_{j3} \stackrel{\text{def}}{=} L_{j3} \cdot M_{j3} \cdot M_t / M_p \quad (19)$$

$$l_{j2,j3} \stackrel{\text{def}}{=} L_{j2,j3} \cdot M_t / M_p \quad (20)$$

- Wenn die optimale Beschäftigungsstruktur noch nicht erreicht ist, gibt es in einigen Berufen ein scheinbares Überangebot an Arbeitskräften. Das Ausmaß des scheinbaren Überangebots ist gegeben durch die Faktoren  $fb_{j3}$  der Bedarfsgerechtigkeit der Arbeitsleistungen in den jeweiligen Berufen. Wenn man annimmt, daß in den jeweiligen Berufen verkürzt gearbeitet wird, ohne Lohnausgleich, so ergibt sich der **tatsächliche individuelle Lohn  $l_{j2,j3}$**  für den Arbeiter der Produktivitätsgruppe  $j2$  im Beruf  $j3$  durch

$$l_{j2,j3} = fb_{j3} \cdot l_{j2,j3} = fb_{j3} \cdot p_{j2,j3} \cdot l_{j3} \quad (21)$$

Die  $m2 \cdot m3$  individuellen Löhne  $l_{j2,j3}$  werden zu der Matrix  $l$  zusammengefaßt.

Dieses Lohnsystem ist die Triebkraft zu Anpassung der Beschäftigungsstruktur. Anhand der aktuellen Stücklöhne  $l_s$ , der Einschätzung seiner Individuellen Fähigkeiten  $p_{j2}$  und der Beschäftigungssituation in den Berufen, kann jeder Arbeiter einschätzen, in welchem Beruf er persönlich die **besten Verdienstmöglichkeiten  $l_{max,j2}$**  hat. Er ist bestrebt in den Beruf zu wechseln, wo er am meisten verdient.

#### Fluktuationen:

- Innerhalb eines bestimmten Zeitraums (z.B. während eines Reproduktionszyklus  $i4$ ) wechselt der  $r1$ -te Anteil aller Arbeiter in den Beruf, in dem sie nach den aktuellen Stücklöhnen, nach ihren individuellen Fähigkeiten und nach der Beschäftigungssituation z.Z. am meisten verdienen würden, falls sie nicht bereits in diesem Beruf beschäftigt sind. Der Faktor  **$r1$**  heißt **Fluktuationsrate**. Seine Größe muß empirisch ermittelt werden.

#### Lohnanpassung:

- Zwischen jedem Fluktuationszeitraum (Reproduktionszyklus) werden die Stücklöhne entsprechend der Beschäftigungssituation ausgedrückt durch die Faktoren  $fb_{j3}$  korrigiert nach folgender Formel

$$l_{j3,i4+1} = l_{j3,i4} \cdot [1 - r2 \cdot (1 - fb_{j3})] \quad (22)$$

Der Faktor  **$r2$**  ist ein **Parameter der Lohnanpassungsgeschwindigkeit**. Seine Größe muß empirisch ermittelt werden.

- Bei jeder Lohnkorrektur wird außerdem das Lohnniveau wieder auf den Durchschnittswert Eins gebracht.

Die Fluktuationen der Arbeiter können jetzt über beliebig viele Reproduktionszyklen ausgeführt werden.

Damit ist dieses einfache Modell eines Arbeitsmarktes bereits vollständig beschrieben. Für die rechentechnische Simulation des Arbeitsmarktes nach diesem Modell wurde ein TurboPascal-Programm geschrieben, so daß anhand unseres Demonstrationsbeispiels getestet werden kann, ob eine Selbstoptimierung der Beschäftigungsstruktur stattfindet und was für ein optimales Lohnsystem sich dabei einstellt.

## 6.2 Testrechnungen mit dem Demonstrationsbeispiel

Mit dem oben bereits angegebenen Demonstrationsbeispiel wurde eine Testrechnung durch geführt. Neben den vorgegebenen zeitlich invarianten Parametern Produktivitätsmatrix  $p$ , Produktivitätsgruppengrößen  $ap$  und bedarfsgerechte Leistungsstruktur  $db0$  bzw.  $dbn$  wurde die nicht optimale Beschäftigungsmatrix  $ac$  als Anfangsparameter angenommen. Dieser Datensatz muß noch durch einen Vektor  $l_s$  von Stücklöhnen ergänzt werden, die als Anfangswerte dienen und nicht optimal sein müssen, da innerhalb der Simulationsrechnung ebenfalls eine Selbstoptimierung erfolgen soll. Als willkürlicher Anfangsvektor wurde festgelegt

$$l_{s4=0} = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]$$

Weiterhin müssen die empirischen Faktoren der Fluktuationsrate  $r_1$  und der Preisanpassungsgeschwindigkeit  $r_2$  angegeben werden. Es wurde angenommen

$$r_1 = 0,3 \quad r_2 = 0,3$$

Es wurde über  $n_4=300$  Reproduktionszyklen gerechnet. Das Modell des Arbeitsmarktes konvergiert in unserem Beispiel tatsächlich zur optimalen Beschäftigungsmatrix  $ac_{\text{optimal}}$ , wie wir sie bereits auf anderem Wege errechnet haben. Nach ca. 100 Reproduktionszyklen ist die maximale Leistungssteigerung, darstellbar anhand des Faktors  $fg$  und einzeln anhand der Faktoren  $fp_{j3}$ , und die Bedarfsgerechtigkeit der Arbeitsleistungen, darstellbar anhand des Faktors  $fbg$  und einzeln anhand der Faktoren  $fb_{j3}$ , erreicht.

$$fg_{n_4=0} = \mathbf{0,74} \quad fp_{n_4=0} = [1,00 \ 1,00 \ 1,00 \ 1,00] \quad fbg_{n_4=0} = 0,74 \quad fb_{n_4=0} = [0,45 \ 0,55 \ 1,00 \ 0,96]$$

$$fg_{n_4=300} = \mathbf{1,73} \quad fp_{n_4=300} = [3,26 \ 2,81 \ 1,15 \ 1,89] \quad fbg_{n_4=300} = 1,00 \quad fb_{n_4=300} = [1,00 \ 1,00 \ 1,00 \ 1,00]$$

Bild 1: Entwicklung des Faktors  $fg$  der gesamtgesell. Leistungssteigerung und des Faktors  $fbg$  der gesamtgesell. Bedarfsgerechtigkeit

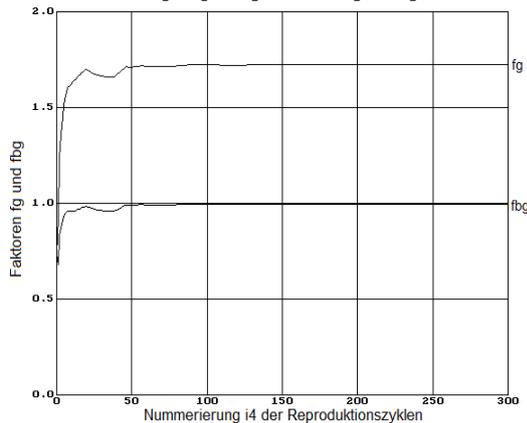


Bild 2: Entwicklung der Faktoren  $fp_{j3}$  der Produktivitätssteigerungen der Arbeit in den Berufen  $j_3$

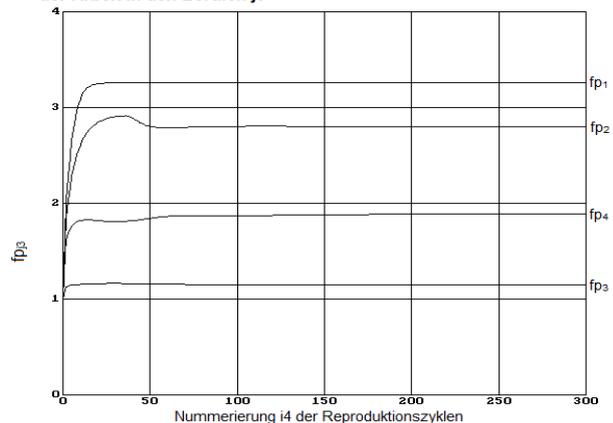


Bild 3: Entwicklung der Faktoren  $fb_{j3}$  der bedarfsgerechten Anteile der Arbeit in den Berufen  $j_3$

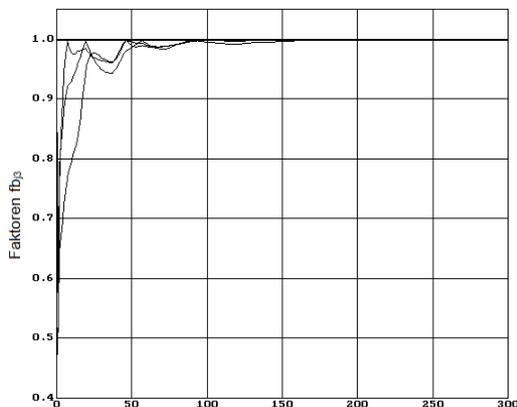
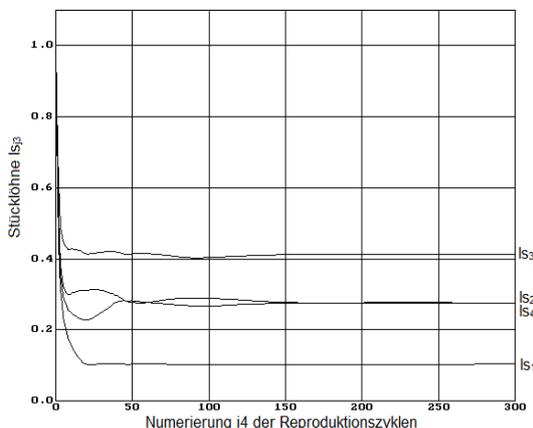


Bild 4: Entwicklung der Stücklöhne  $ls_{j3}$  in den Berufen  $j_3$



In den **Bildern 1 bis 3** zeigen Diagramme diese Faktoren in ihrem zeitlichen Verlauf von  $n_4= 1$  bis 300 und demonstrieren damit das Konvergenzverhalten des Modells an diesem Beispiel.

Auch die Stücklöhne  $ls_{j3}$  konvergieren zu optimalen Werten. Hier sind die optimalen Werte allerdings erst nach ca. 150 Reproduktionszyklen erreicht, wie in **Bild 4** zu erkennen ist. Nach 300 Reproduktionszyklen hatten die Stücklöhne  $ls_{i_4=300}$  folgende fast optimale Werte angenommen

$$ls_{\text{opt}} \approx ls_{i_4=300} = [ 0,103 \ 0,276 \ 0,414 \ 0,276 ]$$

Das Simulationsprogramm liefert auch die Matrix

der individuellen Löhne  $l_{i_4=300}$  nach 300 Reproduktionszyklen. Im Zusammenhang mit der Beschäftigungsmatrix  $ac_{i_4=300} \approx ac_{\text{optimal}}$ , die der optimalen Beschäftigungsmatrix entspricht, kann man daraus erkennen, welche Löhne die Arbeiter in ihren aktuellen Tätigkeiten tatsächlich realisieren und auch, welche sie z.Z. in den anderen Berufen realisieren könnten. In der nachfolgend angegebenen Matrix  $l_{i_4=300}$  sind die realisierten Löhne durch Fettdruck hervorgehoben. Als Ergänzung ist hier auch die zugehörige Beschäftigungsmatrix angegeben.

$$l_{\text{optimal}} \approx l_{i4=300} = \begin{bmatrix} 0,10 & 0,28 & 0,83 & \mathbf{1,10} \\ 0 & 0 & \mathbf{0,83} & \mathbf{0,83} \\ 0,31 & 0,55 & \mathbf{0,83} & 0,41 \\ 0,21 & 1,10 & \mathbf{1,24} & 0,69 \\ 0,10 & 0,28 & \mathbf{0,41} & 0 \\ \mathbf{0,83} & 0,55 & \mathbf{0,83} & 0,55 \\ 0,26 & \mathbf{0,83} & \mathbf{0,83} & 0,28 \\ 0,62 & \mathbf{1,66} & 0,41 & 0,28 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{1,66} \\ 0,10 & 0,28 & \mathbf{0,62} & 0,55 \end{bmatrix} \quad a_{C_{\text{optimal}}} \approx a_{C_{i4=300}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \mathbf{10} \\ 0 & 0 & \mathbf{0,38} & \mathbf{9,62} \\ 0 & 0 & \mathbf{10} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{10} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{10} & 0 \\ \mathbf{8,06} & 0 & \mathbf{1,94} & 0 \\ 0 & \mathbf{1,49} & \mathbf{8,51} & 0 \\ 0 & \mathbf{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{10} \\ 0 & 0 & \mathbf{10} & 0 \end{bmatrix}$$

Das bemerkenswerte Ergebnis zeigt, das es tatsächlich ein optimales System von Stücklöhnen gibt, das bewirkt, daß ausnahmslos alle Arbeiter in der Tätigkeit, in der sie im Interesse einer gesamtgesellschaftlich maximalen bedarfsgerechten Arbeitsleistung tätig sind, auch tatsächlich individuell den höchsten Lohn erhalten. Demzufolge müßten sie bei ausreichender Information von sich aus bestrebt sein, genau in dem Beruf zu arbeiten. Außerdem ist an dem Ergebnis interessant, daß das System lediglich durch ein recht einfaches Prinzip der Lohnanpassung nach Angebot und Nachfrage selbstoptimierend zu optimalen Stücklöhnen und damit zu optimalen individuellen Löhnen geführt hat.

## 7 Einige ausgewählte Untersuchungen zur Demonstration der Leistungsfähigkeit des Modells

### 7.1 Veränderung der Leistungsbewertung zwischen den einzelnen Berufen durch Veränderung der Leistungsbedarfsstruktur

Anhand einer Variation des Demonstrationsbeispiels soll nun gezeigt werden, wie sich die individuelle Leistungsbewertung ändert durch Änderung der Struktur des gesamtgesellschaftlichen Bedarfs an Arbeitsleistungen. Als einziger Parameter wird in der bedarfsgerechten Leistungsstruktur  $db_0$  der Parameter  $db_{0_1}$  von 2 auf 4 geändert.

$$db_{0_{\text{neu}}} = [ \mathbf{4} \quad 2 \quad 3 \quad 4 ] \quad db_{0_{\text{alt}}} = [ 2 \quad 2 \quad 3 \quad 4 ]$$

Die Simulationsrechnung über  $n=300$  Zyklen konvergiert ähnlich, wie das ursprüngliche Beispiel. Es ergibt sich natürlich eine andere optimale Beschäftigungsmatrix  $ac$

$$a_{C_{\text{optimal,neu}}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \mathbf{10} \\ 0 & 0 & \mathbf{5,40} & \mathbf{4,60} \\ \mathbf{4,35} & 0 & \mathbf{5,65} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{10} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{10} & 0 \\ \mathbf{10} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{5,88} & \mathbf{4,12} & 0 \\ \mathbf{3,46} & \mathbf{6,54} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{10} \\ 0 & 0 & \mathbf{10} & 0 \end{bmatrix} \quad a_{C_{\text{optimal,alt}}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \mathbf{10} \\ 0 & 0 & \mathbf{0,38} & \mathbf{9,62} \\ 0 & 0 & \mathbf{10} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{10} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{10} & 0 \\ \mathbf{8,06} & 0 & \mathbf{1,94} & 0 \\ 0 & \mathbf{1,49} & \mathbf{8,51} & 0 \\ 0 & \mathbf{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{10} \\ 0 & 0 & \mathbf{10} & 0 \end{bmatrix}$$

Damit ergeben sich auch andere optimale Stücklöhne  $l_{\text{optimal}}$  und andere individuelle Löhne  $l_{\text{optimal}}$ .

$$l_{\text{optimal,neu}} = [0,242 \quad 0,242 \quad 0,364 \quad 0,242] \quad l_{\text{optimal,alt}} = [0,103 \quad 0,276 \quad 0,414 \quad 0,276]$$

$$l_{\text{optimal,neu}} = \begin{bmatrix} 0,24 & 0,24 & 0,73 & \mathbf{0,97} \\ 0 & 0 & \mathbf{0,73} & \mathbf{0,73} \\ \mathbf{0,73} & 0,48 & \mathbf{0,73} & 0,36 \\ 0,48 & 0,97 & \mathbf{1,09} & 0,61 \\ 0,24 & 0,24 & \mathbf{0,36} & 0 \\ \mathbf{1,94} & 0,48 & 0,73 & 0,48 \\ 0,61 & \mathbf{0,73} & \mathbf{0,73} & 0,24 \\ \mathbf{1,45} & \mathbf{1,45} & 0,36 & 0,24 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{1,45} \\ 0,24 & 0,24 & \mathbf{0,55} & 0,48 \end{bmatrix} \quad l_{\text{optimal,alt}} = \begin{bmatrix} 0,10 & 0,28 & 0,83 & \mathbf{1,10} \\ 0 & 0 & \mathbf{0,83} & \mathbf{0,83} \\ 0,31 & 0,55 & \mathbf{0,83} & 0,41 \\ 0,21 & 1,10 & \mathbf{1,24} & 0,69 \\ 0,10 & 0,28 & \mathbf{0,41} & 0 \\ \mathbf{0,83} & 0,55 & \mathbf{0,83} & 0,55 \\ 0,26 & \mathbf{0,83} & \mathbf{0,83} & 0,28 \\ 0,62 & \mathbf{1,66} & 0,41 & 0,28 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{1,66} \\ 0,10 & 0,28 & \mathbf{0,62} & 0,55 \end{bmatrix}$$

Ein Vergleich zwischen den realisierten individuellen Löhnen (fett gedruckt) und den potentiellen Löhnen zeigt, daß erwartungsgemäß auch hier alle potentiellen Löhne niedriger sind als die realisierten, so daß kein Arbeiter in diesem optimalen Zustand der Beschäftigungsmatrix das Bestreben hat, den Beruf zu wechseln und damit die optimale Beschäftigungsmatrix zu verschlechtern.

Interessanter ist jedoch der Vergleich der Löhne zwischen dem alten und dem neuen Beispiel. Nur durch unterschiedlichen Bedarf der Gesellschaft werden gleiche Arbeiten innerhalb eines Berufs unterschiedlich bewertet. Damit ist ein wesentlicher Unterschied zwischen dem Leistungsbegriff in der Physik und dem Leistungsbegriff im Bereich der gesellschaftlichen Arbeit zu erkennen. In der Physik sind die Umrechnungsfaktoren zwischen den verschiedenen Leistungen bzw. Energieformen immer gleich. In der gesellschaftlichen Arbeit gibt es zwar aufgrund der Notwendigkeit der Optimierung der gesamtgesellschaftlichen Beschäftigungsstruktur eine Vergleichbarkeit verschiedener Arbeitsleistungen über die Quantitäten der individuellen Löhne innerhalb eines Arbeitsmarktes. Diese Vergleiche sind aber nur relativ, da sie stets vom aktuellen Entwicklungsstand der gesamtgesellschaftlichen Produktivkräfte abhängen.

Dieses Beispiel ist ein Beleg dafür, daß die Anwendung der darwinistischen Ideologie, daß der Stärkere (=Bessere =Leistungsfähigere) gewinnt und der Schwächere das Überleben nicht verdient hat, auf eine menschliche Gesellschaft mit gemeinschaftlicher Produktion nicht anwendbar ist. Dieses Argument wird nur gern von denen benutzt, die gerade eine günstigere Position bei der Verteilung der gesellschaftlichen Güter erwischen haben. Mit dieser Ideologie wird nämlich stillschweigend angenommen, daß menschliche Leistungsfähigkeit ähnlich der physikalischen Leistung eine für sich feststehende Größe sei und wer diese Leistung nicht oder nur in geringem Maß erbringen kann, ist ein für allemal minderwertig bzw. nutzlos für die Gesellschaft. Das ist offensichtlich falsch. In einer Gesellschaft mit kollektiver Arbeit bringt das Spektrum der verschiedenen Produktivitätsprofile die Möglichkeit der gesamtgesellschaftlichen Produktivitätssteigerung.

## 7.2 Ein neuer Beruf entsteht

Im Rahmen der Entwicklung der Produktivkräfte durch Entwicklung neuer Produkte und Produktionstechnologien entstehen auch neue Berufe. In einem weiteren Beispiel soll gezeigt werden, wie sich ein neuer Beruf auf das Lohnsystem auswirken kann. Es wird wieder von dem ursprünglichen Demonstrationsbeispiel ausgegangen. Die Matrix der individuellen Produktivitäten wird um einen Beruf  $j_3=5$  erweitert. Die Anzahl  $m_2$  der Leistungsgruppen bleibt konstant.

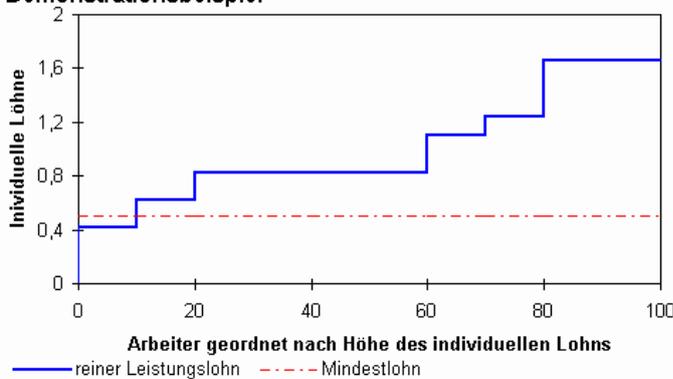


Die Parameter dieses Beispiels wurden willkürlich gewählt, um die mögliche Dynamik einer Leistungsbewertung prinzipiell zu demonstrieren. Wie stark sich solche Entwicklungen in der realen Wirtschaft auswirken, kann hier noch nicht gesagt werden und erfordert weitere Untersuchung mit realistischen Parametern und einem erheblich größeren Berechnungsaufwand. Dieses Beispiel darf auch nicht dazu dienen, erhebliche Lohnunterschiede und -schwankungen in der real existierenden kapitalistischen Marktwirtschaft zu rechtfertigen, da hier aufgrund fehlender theoretischer Grundlagen viel Willkür herrscht. Ziel dieser Untersuchungen ist es, diese Willkür zu reduzieren. Ich sehe meine Untersuchung nur als einen Schritt auf dem Weg zu einer befriedigenden Lösung des Problems der objektiv begründeten und damit gerechten individuellen Leistungsbewertung der menschlichen Arbeit.

### 7.3 Einführung einer sozialen Komponente in das Entlohnungssystem

Bisher wurden nur Überlegungen angestellt, wie ein Arbeitsmarkt mit einem leistungsorientierten Lohnsystem gestaltet werden kann, so daß jeder Arbeiter innerhalb einer Tätigkeit zu maximaler Leistung motiviert werden kann und gleichzeitig in den Beruf strebt, welcher gesamtgesellschaftlich zu einer maximalen und bedarfsgerechten Leistungsstruktur führt. Wir haben uns jedoch noch keine Gedanken gemacht, ob das Ergebnis auch sozial verträglich ist.

**Bild 5: Lohnstruktur des reinen Leistungslohns der Gesellschaft für das Demonstrationsbeispiel**



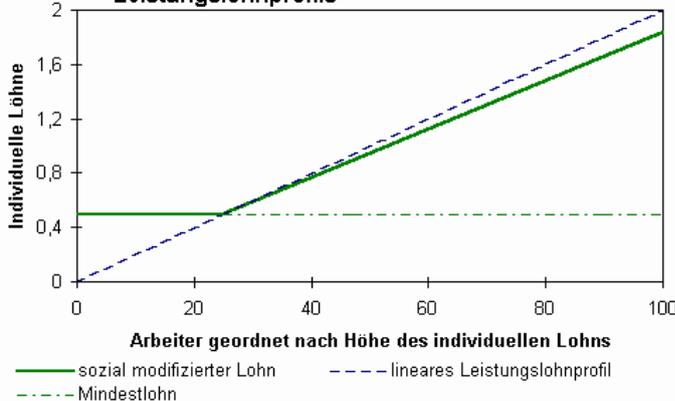
Anhand unseres ursprünglichen Demonstrationsbeispiels können wir für die Gesellschaft, bestehend aus 100 Arbeitern, das Lohn- bzw. Einkommensprofil darstellen, indem wir ein Diagramm zeichnen, in dem für jeden Arbeiter geordnet nach Größe seines individuellen Lohnes dieser Lohn über die Anzahl der Arbeiter aufgetragen wird. So entsteht das Bild der Lohnstruktur der Gesellschaft. Das ist in **Bild 5** dargestellt. Die Fläche unter dieser Kurve (Vollinie) stellt das gesamtgesellschaftliche Lohnvolumen dar. Nehmen wir einmal an, daß der notwendige Lohn zum Kauf der zum Überleben notwendigen Konsumgüter bei 0,5 liegt (Strich-Punkt-Linie). So gibt es in

unserem Demonstrationsbeispiel eine Leistungsgruppe bestehend aus 10 Arbeitern, die mit ihrem Leistungslohn nicht in der Lage ist, ihren notwendigen Bedarf an Konsumgütern zu decken.

In einem sozialen Wirtschaftssystem muß jedes Mitglied der Gesellschaft in der Lage sein, mindestens seinen notwendigen Bedarf an Konsumgütern zu decken. In einer Marktwirtschaft ist der Lohn für die meisten Mitglieder der Gesellschaft die wesentliche, meist auch die einzige Einkommensquelle. Dementsprechend muß in einer sozialen Marktwirtschaft dafür gesorgt werden, daß jedes arbeitsfähige Mitglied der Gesellschaft seinen notwendigen Unterhalt durch den individuell

realisierbaren Lohn bestreiten kann. Das macht es notwendig, daß bei Vollbeschäftigung für jede Tätigkeit ein entsprechender Mindestlohn zu zahlen ist.

**Bild 6: Erste Modifizierung eines linearen Leistungslohnprofils**



Dementsprechend ist das bisher modellierte Lohnsystem noch nicht sozial verträglich. Es ist also zu überlegen, wie dieses Lohnsystem modifiziert werden kann, ohne daß dabei die Leistungsorientierung verloren geht.

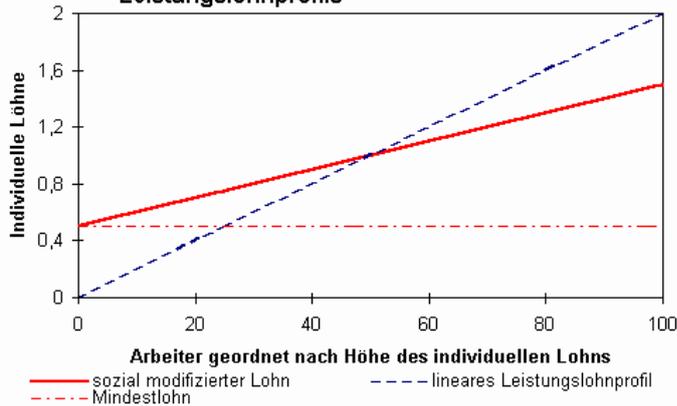
**Bild 6** (Strichlinie), und das notwendige Lohnminimum liegt bei 0,5 (Strich-Punkt-Linie). Damit können 25% der Arbeiter ihren notwendigen Lebensbedarf nicht vollständig decken.

Nehmen wir zur Vereinfachung der Anschaulichkeit einmal an, das Einkommensprofil ist eine Gerade beginnend bei dem Minimallohn gleich Null und endend bei dem Maximallohn gleich Zwei, gemäß

Das bundesdeutsche Sozialsystem geht prinzipiell in der Weise vor, daß die Gesellschaftsmitglieder mit Einkommen über dem Sozialhilfesatz durch Steuern diesen Fehlbetrag aufbringen und über das Sozialamt an die Bedürftigen umverteilt wird. Wenn man vereinfachend annimmt, daß die solidarische Abgabe proportional zu dem Lohnanteil ist, der über dem Sozialhilfesatz liegt, so ergibt sich ein Einkommensprofil gemäß **Bild 6** (Vollinie). Damit ergibt sich ein korrigiertes Maximaleinkommen von 1,83.

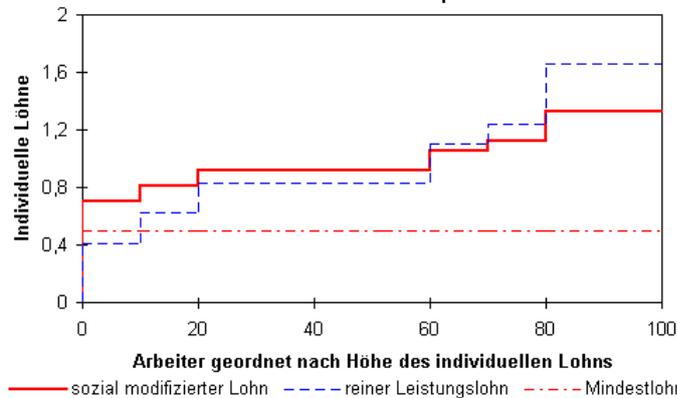
Nachteil dieser Lösung ist, daß hier 25% der Arbeiter keinerlei positiven Leistungsanreiz haben. Das bedeutet, das für alle diese Arbeiter durch gesellschaftliche Kontrolle und Reglementierung (negativer Leistungsanreiz = Zwang) dafür gesorgt werden muß, daß sie ihr wenn auch geringes Leistungspotential in die gesamtgesellschaftliche Arbeitsleistung einbringen. (Vorausgesetzt die Gesellschaft bietet ihnen eine Arbeit an, was hier aber nicht diskutiert werden soll.)

**Bild 7: Zweite Modifizierung eines linearen Leistungslohnprofils**



Ich würde statt dessen eine Modifikation des Leistungslohnsystems gemäß **Bild 7** vorschlagen. Hier ist von Anfang an eine positive Motivation zur Leistung vorhanden. Dieses System ließe sich verwaltungstechnisch einfacher realisieren. Das Spitzeneinkommen sinkt in unserem Beispiel zwar weiter von 1,83 auf 1,5. Darin sehe ich allerdings kein Problem, da für Spitzenverdiener weiterhin der größte Teil des Einkommens (in unserem Beispiel sind es noch 2/3) leistungsabhängig ist. Probleme könnte es lediglich in den unteren Einkommensbereichen geben.

**Bild 8: Sozial modifizierte Lohnstruktur der Gesellschaft für das Demonstrationsbeispiel**



Die Anwendung dieses Vorschlags für eine soziale Modifikation des Leistungslohnsystems auf unser Demonstrationsbeispiel ist in **Bild 8** dargestellt (Vollinie). Zur Ergänzung wurde das Einkommensprofil des reinen Leistungslohns als Strichlinie eingetragen und der notwendige Mindestlohn als Strichpunktlinie.

Diese Überlegungen zeigen, daß ein Leistungslohnsystem in einer sozialen Marktwirtschaft und damit die Marktwirtschaft insgesamt nur funktionieren kann, wenn ein gesamtgesellschaftliches Mehrprodukt erwirtschaftet wird, welches einen Konsum zusätzlich zu dem existentiell

notwendigen zuläßt. Je günstiger das Verhältnis zwischen zusätzlichem und notwendigem Konsum ist, um so wirksamer dürfte auch das Leistungsprinzip sein. Voraussetzung ist allerdings auch, daß das gesellschaftliche Mehrprodukt über ein entsprechendes Leistungslohnsystem zur Verteilung kommt und nicht durch die privatkapitalistische Aneignung dem Konsumtionskreislauf entzogen wird.

## 8 Integration des Arbeitsmarktmodells in ein Modell einer gesamten Volkswirtschaft

Das Modell des Arbeitsmarktes beschreibt natürlich nur einen Teilbereich eines Wirtschaftssystems und zwar den, der in den Modellen des Bandes 1 [4] durch die Aggregation aller Arbeitskräfte wegdidealisiert wurde. Nachdem die Simulation der Fluktuation der Arbeitskräfte mit meinem Modell so gut funktioniert hat, ist es eine verlockende Aufgabe, das Modell des Arbeitsmarktes in die Modelle der Volkswirtschaft zu integrieren. Da diese Aufgabe einschließlich der dabei noch zu erwartenden Teilprobleme einen größeren Aufwand bedeutet, muß ich sie zurückstellen. Ich kann es aber nicht lassen, wenigsten den ersten Schritt zu tun und anschließend einige zu erwartende Probleme kurz zu diskutieren.

## 8.1 Darstellung der Produktivkräfte einer Volkswirtschaft unabhängig von den Produktionsverhältnissen<sup>1</sup>

Analog zum Band 1 [4] sollen jetzt die gesamtgesellschaftlichen Produktivkräfte unabhängig von den Produktionsverhältnissen beschrieben werden. Die Beschreibung ist stark gestrafft. Die ausführlichen Erläuterungen sind den entsprechenden Abschnitten des Bandes 1 und vorhergehenden Abschnitten dieses Bandes zu entnehmen und gelten hier sinngemäß. Es werden im wesentlichen die gleichen Bezeichnungen und Symbole verwendet.

### Reproduktionszyklen:

- Der Reproduktionsprozeß der Gesellschaft erfolgt in diskreten gleichlangen Zeitabschnitten  $Tz$ , die Reproduktionszyklen genannt werden.

### Ressourcen der Gesellschaft:

- Die Gesellschaft besteht aus der Anzahl von  $a$  arbeitsfähigen Mitgliedern.
- Es existieren  $n3$  verschiedene Arten von Gütern  $i3$ .
- Die Gesellschaft verfügt aktuell über die Gesamtmengen  $wg$  an Wirtschaftsgütern.

### Fähigkeiten der Arbeiter (Berufe):

- Es sind  $m3$  verschiedenen Berufe  $j3$  bekannt, in denen die Arbeiter beschäftigt sein können.
- Alle  $a$  Arbeiter können  $m2$  Produktivitätsgruppen  $j2$  mit jeweils gleichem Produktivitätsprofil zugeordnet werden.
- Die Gesamtheit aller Produktivitätsprofile wird beschrieben, durch die Produktivitätsmatrix  $p$ .
- Durch den Vektor  $ap$  werden die Anzahlen der Arbeiter in den jeweiligen Produktivitätsgruppen angegeben.

### Produktionsverfahren und produzierende Wirtschaftseinheiten:

- Es existieren  $n2$  Produktionsverfahren bzw. Unternehmen  $i2$ .
- Das Produktionsverfahren  $i2$  wird in folgender Weise als Blackbox dargestellt: Wenn ein bedarfsgerechtes Gütersortiment  $wi_{i2}$ , zu Beginn eines Reproduktionszyklus bereitgestellt wird und ein bedarfsgerechtes Sortiment  $ai_{i2}$  an Arbeitsleistungen über den Zeitraum dieses Reproduktionszyklus innerhalb des Produktionsverfahrens  $i2$  auf das Gütersortiment angewendet wird, ist das Gütersortiment  $wi_{i2}$  am Ende des Reproduktionszyklus in das Gütersortiment  $wo_{i2}$  übergegangen.
- Das bedarfsgerechte Sortiment  $ai_{i2}$  ist ein Vektor bestehend aus den  $m3$  Komponenten  $ai_{i2,j3}$ . Die Komponente  $ai_{i2,j3}$  gibt an, wieviel Arbeitsleistung im jeweiligen Beruf  $j3$  für das Produktionsverfahren  $i2$  benötigt wird. Die Vektoren  $ai_{i2}$  werden zusammengefaßt zu der normalen Arbeitsinputmatrix  $ai$ .
- Jedes Vielfache  $x_{i2}$  der Matrizen  $ai_{i2}$ ,  $wi_{i2}$  und  $wo_{i2}$  stellt das gleiche Produktionsverfahren mit einem anderen Produktionsvolumen  $x_{i2}$  dar.

Damit sind alle  $n2$  Produktionsverfahren  $i2$  durch die zwei Inputmatrizen  $ai$  und  $wi$  und die Outputmatrix  $wo$  vollständig beschrieben. Im Unterschied zu den Modellen des Bandes 1 [4] ist hier der Arbeitskräfteinputvektor  $ai$  zu einer Arbeitsleistunginputmatrix  $ai$  erweitert worden. Während die Komponente  $ai_{i2}$  des Vektors  $ai$  bisher eine Anzahl vollbeschäftigter Arbeiter angab, enthält jetzt die Komponente  $ai_{i2,j3}$  der Matrix  $ai$  eine Menge an berufsspezifischer Arbeitsleistung, gemessen in der Leistungseinheit  $j3$  des jeweiligen Berufs.

### Beschäftigungssituation:

- Um die Beschäftigungssituation vollständig zu beschreiben, benötigt man jetzt eine dreidimensionale Beschäftigungsmatrix  $ac$ . Die Komponente  $ac_{i2,j2,j3}$  gibt an, wieviel Arbeiter mit dem Produktivitätsprofil  $j2$ , beim Unternehmen  $i2$  mit dem Beruf  $j3$  angestellt sind.
- **Alternative:** Um die Datenflut einzudämmen, könnte man die dreidimensionale Beschäftigungsmatrix  $ac$  auch durch zwei zweidimensionale Matrizen  $ac'$  und  $ac''$  ersetzen mit einem vertretbaren Informationsverlust. Die Matrix  $ac'$  enthält dann die bisher bekannten Informationen, in dem die Komponente  $ac'_{j2,j3}$  angibt, wieviel Arbeiter der Produktivitätsgruppe  $j2$  im Beruf  $j3$  beschäftigt sind, unabhängig davon bei welchem Unternehmen. Die Matrix  $ac''$  gibt dann an, welches Arbeitsvermögen die Unternehmen unter Vertrag haben, indem die Komponente  $ac''_{i2,j3}$  angibt, wieviel berufsspezifisches Leitungspotential das Unternehmen  $i2$  im Beruf  $j3$  unter Vertrag hat.

Welche der Varianten letztendlich vorteilhafter ist muß die Anwendung zeigen.

### Bedarf und Vermehrung der Mitglieder der Gesellschaft (Arbeiter):

- Es werden in bekannter Weise einheitliche mittlere Bedürfnisse aller Arbeiter angenommen beschrieben durch die Vektoren  $k_{ni}$ , **kno**, **kli** und **klo**.
- Der Vermehrungsfaktor der versorgten Arbeiter pro Reproduktionszyklus wird angegeben mit  $f_a$ .

### Konsum der Mitglieder der Gesellschaft:

- $ak_{j2}$  ist die Anzahl der Arbeiter der Produktivitätsgruppe  $j2$ , die mit den notwendigen Konsumgütern versorgt wurde. Die Komponenten werden zum Vektor **ak** zusammengefaßt.
- $fl_{j2}$  ist der aktuelle Faktor des zusätzlichen Konsums der Produktivitätsgruppe  $j2$ . Die Komponenten werden zu Vektor **fl** zusammengefaßt.

Damit ist das System der Produktivkräfte einer Volkswirtschaft mit Berücksichtigung einer differenzierten Beschäftigungsstruktur vollständig beschrieben. Es wurden stillschweigend die dimensionslosen Parameter angegeben, ohne näher darauf einzugehen. Zusammenfassend kann nun der komplette Parametersatz angegeben werden:

$i2$	Index bzw. Nummer des Produktionsverfahrens bzw. Unternehmens
$i3$	Index bzw. Nummer des jeweiligen Gutes
$n2$	Anzahl der Produktionsverfahren bzw. Unternehmen
$n3$	Anzahl der verschiedene Güter
$ap$	Produktivitätsgruppenstärken
$ak$	Anzahlen der versorgten Arbeiter in den Produktivitätsgruppen
$fa$	Vermehrungsfaktor der Arbeiter
$k_{ni}$	Input des notwendigen Konsums
<b>kno</b>	Output des notwendigen Konsums
<b>kli</b>	normierter Input des zusätzlichen Konsums
<b>klo</b>	normierter Output des zusätzlichen Konsums
<b>fl</b>	Faktoren des zusätzlichen Konsums in den Produktivitätsgruppen
$a_i$	normierte Arbeitskräfteinputs
$w_i$	normierte Produktionsmittelinputs
$w_o$	normierte Produktionsoutputs
$x$	Produktionsvolumina
$ac$ bzw. $ac'$ , $ac''$	Beschäftigungsmatrix
$w_g$	Gesamt mengen der Wirtschaftsgüter

Das ist der Mindestumfang an Parametern, der zur vollständigen Beschreibung des linearen diskreten Modells der Produktivkräfte einer Volkswirtschaft mit einer differenzierten Beschäftigungsstruktur notwendig ist. Alle anderen Parameter lassen sich daraus ableiten.

## 8.2 Kurze Diskussion zur Fortführung des Problems

Die Formulierung der Produktivkräfte hat bereits gezeigt, daß sich die zu beschaffende und zu verarbeitende Datenmenge erheblich erhöht hat. Skalare Parameter wurden zu Vektoren, ein Vektor wurde zur Matrix und eine zweidimensionale Matrix wurde zur dreidimensionalen bzw. zu zwei zweidimensionalen Matrizen. Die weitere Differenzierung der Datenstruktur ergibt natürlich auch eine weitere Variantenvielfalt der möglichen Beziehungen zwischen diesen Daten, über deren Auswahl sich trefflich streiten läßt, weil die Realität meist irgendwo dazwischen liegt. Das wird sich schon bei der Formulierung der Produktionsverhältnisse zeigen, die als nächstes anstehen würde. Doch ich will diesen Weg jetzt nicht weiter gehen, denn das ist eine ausgewachsene Aufgabe.

Vielleicht noch andeutungsweise ein kleines Problem als Kostprobe: Es wurde für alle Gesellschaftsmitglieder der Vermehrungsfaktor  $f_a$  angegeben. Es ist aber z.B. durch differenzierte Entlohnung der Produktivitätsgruppen möglich, daß unterschiedliche Versorgungsraten auftreten und damit unterschiedliche tatsächliche Vermehrungsfaktoren der Produktivitätsgruppen. Ist es sinnvoll, dementsprechend die Produktivitätsgruppen unterschiedlich wachsen zu lassen, oder bleibt die Struktur der Fähigkeiten der Gesellschaft dargestellt durch die Relationen im Vektor  $ap$  der Produktivitätsgruppenstärken konstant? Ich würde mich für letzteres entscheiden. Man kann es aber auch anders sehen.

Das ist die Gelegenheit auf eine generelle Problematik hinzuweisen: Prinzipiell ist jeder bemüht, im Interesse der Genauigkeit der Darstellung der Wirklichkeit möglichst genaue Modelle zu entwickeln und dabei immer weiter zu gehen. Dabei läuft man aber auch Gefahr beim Versuch, Details richtig

darzustellen, daß man den Überblick über das eigentliche Ziel verliert, nämlich anwendbare Erkenntnisse. Deshalb muß man sich genau überlegen, ob oder wann man einen Schritt weiter geht.

Abgesehen von der Tatsache, daß ich demnächst noch nicht die Zeit haben werde, mich mit der weiteren Bearbeitung des hier formulierten erweiterten Modells zu befassen, ist es auch noch nicht an der Zeit. Die Aussagefähigkeit und die Variationsmöglichkeiten der einfacheren Modelle ist noch nicht ausgeschöpft. Außerdem ist es an der Zeit, aus den bisherigen Erkenntnissen wenigstens vorläufige Schlußfolgerungen für eine gesellschaftliche Alternative zu ziehen.

Von dem erweiterten Modell erwarte ich aber zukünftig noch interessante Erkenntnisse über die komplexere Eigenbewegung einer Marktwirtschaft.

## **9 Einige kritische Bemerkungen und Schlußfolgerungen zu dem entwickelten Modell und Ausblick auf weitere erforderliche Untersuchungen**

Die folgenden Bemerkungen beziehen sich wieder auf das ursprüngliche separate Modell des Arbeitsmarktes, wie es in den Abschnitten 2 bis 7 ausführlich behandelt wurde.

### **9.1 Das Arbeitsmarktmodell ist ein Studienmodell**

Das Modell ist ein Studienmodell in dem Sinne, daß nicht versucht wurde, den in der realexistierenden kapitalistischen Marktwirtschaft vorgefundenen Arbeitsmarkt schlechthin möglichst exakt abzubilden. Statt dessen wurde versucht (natürlich vom realen Markt inspiriert), ein idealisiertes Modell zu formulieren und durch Simulationsrechnungen zu untersuchen, ob das Prinzip geeignet ist, eine Selbstoptimierung zu bewirken. Dieses Modell soll damit eine fundierte Diskussionsgrundlage bilden in dem Spannungsfeld, Beurteilung der Probleme des bestehenden Marktes und Entwicklung von Ideen, wie ein Arbeitsmarkt in einer sozialen bzw. sozialistischen Marktwirtschaft aussehen könnte.

Dieses Modell kann dementsprechend nicht zeigen, wie sich in dem Konflikt zwischen den Produktionsmitteleigentümern und den Lohnabhängigen, vertreten durch die Tarifparteien Arbeitgeberverband und Gewerkschaften ein Lohnniveau einstellt. Das nominale Lohnniveau ist in meinem Modell per Annahmen fest vorgegeben und über die Zeit konstant. Statt der Tarifverhandlungen werden durch ein Prinzip des Angebotes an Arbeitsleistungen in verschiedenen Berufen durch die Arbeiter und der Nachfrage einer bedarfsgerechten Struktur an Arbeitsleistungen durch die Unternehmer die Lohnrelationen zwischen den verschiedenen Berufen verändert. Dabei können die Löhne der verschiedenen Berufe steigen und fallen, wobei das Lohnniveau erhalten bleibt.<sup>2</sup>

Das positive Ergebnis dieses Modells ist die Aussage, daß für einen freien Arbeitsmarkt tatsächlich ein System von Lohnrelationen existiert, welches dafür sorgt, daß jeder Arbeiter genau in dem Beruf die besten Verdienstmöglichkeiten hat, wo er im Interesse einer maximalen gesamtgesellschaftlichen Produktivität auch arbeiten sollte. Das heißt, daß er durch dieses optimale Lohnsystem von selbst an den richtigen Arbeitsplatz strebt und nicht von anderen dazu gezwungen werden muß z.B. durch Entlassung oder Zwangsverpflichtung.

Hinzu kommt als weiteres positives Ergebnis, daß dieses optimale Lohnsystem nicht durch Experten über theoretische Modelle berechnet werden muß, sondern daß es sich einstellt, wenn man in Abhängigkeit von Angebot und Nachfrage, z.B. aufgrund statistischer Auswertungen langsam die Relationen der Löhne verschiebt, indem in Berufen mit einem relativen Überangebot die Löhne abgesenkt werden und in Berufen mit erhöhter Nachfrage die Löhne angehoben werden.

Das kann aber nur funktionieren, wenn diese Lohnveränderungen von den Unternehmern nicht dazu mißbraucht werden können, dabei schleichend das Lohnniveau immer weiter abzusenken und die Lohnhöhe zum Kampfplatz der Klassen wird. Ein freier Arbeitsmarkt hat also nur in einer ausbeutungsfreien Marktwirtschaft eine Chance.

Ich habe die Hoffnung, daß in einer wirklich sozialen Marktwirtschaft mit einem hier im groben konzipierten Arbeitsmarkt ein Instrument gefunden werden kann, mit dem einerseits eine ausreichende Differenzierung der Löhne stattfindet, um ein sinnvolles Leistungsprinzip zu bewirken, und daß außerdem die extreme Differenzierung der kapitalistischen Marktwirtschaft vermieden werden. Dazu sind aber noch weitere Untersuchungen nötig.

### **9.2 Leistungsbewertung innerhalb eines Berufes**

Mein Modell des Arbeitsmarktes hat sich speziell damit befaßt, wie die Bewertung qualitativ verschiedener Tätigkeiten in verschiedenen Berufen nach objektiven Kriterien erfolgen kann. Dabei wurde angenommen, daß die Leistung innerhalb eines Berufes meßbar ist. Das ist bei einigen

Berufen auch so. Bei vielen Berufen ist das aber schwierig. Das sind insbesondere die Berufe, wo kreative geistige Arbeit geleistet wird. Hier fällt mir im Moment leider noch nichts weiter ein, als daß weiterhin im Rahmen bilateraler Verhandlungen zwischen Geschäftsleitung und Arbeiter (Angestellte sind auch Arbeiter) durch viele subjektive Einzelbewertungen im Durchschnitt richtige Bewertungen erfolgen. Aber gerade die Methode vieler subjektiver Einzelbewertungen birgt die Gefahr, daß bei Asymmetrie der wirtschaftlichen Macht, die meist bei der Geschäftsleitung eines Unternehmens gegenüber eines einzelnen Arbeiters liegt, die Leistungsbewertung nach unten abdriftet und damit auch die Löhne. Es müssen also zuverlässige gesellschaftliche Mechanismen installiert werden, die das durchschnittliche Lohnniveau halten.

### **9.3 Leistungsbewertung der Mitglieder der Geschäftsleitung der Unternehmen**

In einem kapitalistischen Privatunternehmen haben alle beschäftigten Arbeiter (das sind auch Angestellte und leitende Angestellte) einen Vorgesetzten mit dem sie ihre Leistungsbewertung und damit ihren Lohn (mindestens ihre Einstufung) aushandeln können. Nur der oberste Chef hat keinen Vorgesetzten, mit dem er über seine Leistungsbewertung und seinen Lohn verhandeln kann. Im Kapitalismus ist das Problem einfach gelöst. Er ist der Eigentümer des Unternehmens und sein Einkommen ist der Gewinn. Das klingt plausibel und praktisch. Doch damit haben wir alle die Probleme der kapitalistischen Marktwirtschaft am Hals.

Als Sozialist bin ich der Meinung, daß persönliches Einkommen im wesentlichen aus persönlicher Arbeit resultieren muß und nicht aus Eigentum. Also muß ich mir auch Gedanken machen, wie die Arbeit der Geschäftsleitung gerecht bewertet wird.

Geschäftsführer kann man als einen Beruf wie jeden anderen auffassen. Im Sinne des Modells der Selbstoptimierung der Lohnrelationen zwischen den Berufen könnte man davon ausgehen, daß die prinzipielle Höhe des Lohnes des Geschäftsführers in Abhängigkeit von der Größe des Betriebes gegeben ist. Um den Geschäftsführer in seiner täglichen Arbeit weiterhin zu motivieren, muß ein Teil seines Lohnes leistungsabhängig sein. Seine Leistung kann nur am Erfolg des Unternehmens gemessen werden. Den Erfolg darf hier keiner mehr subjektiv bewerten, sondern das muß an vorher ausgewählten Erfolgskennzahlen erfolgen. Solche Kennzahlen sind aber erst viel später nach den Handlungen, die sie verursacht haben, feststellbar. Die Handlungen der Geschäftsführer sind nicht nur für den aktuellen Erfolg wichtig, sondern wirken in Form von strategischen Entscheidungen weit in die Zukunft. Um das Interesse des Geschäftsführers an der Zukunft des Unternehmens zu erhöhen, sollte ein Entlohnungsmodus gefunden werden, der einen beträchtlichen Anteil des leistungsabhängigen Lohnanteils an den zukünftigen Erfolg bindet, was natürlich bedeutet, daß dieser Lohn erst viel später ausbezahlt wird. Dieses Prinzip dürfte bei Geschäftsführern sozial verträglich möglich sein, weil davon auszugehen ist, daß Geschäftsführer auch in einer sozialen Marktwirtschaft zu den oberen Gehaltsgruppen gehören und nicht sofort auf den vollen Lohn angewiesen sind. Das kann dann bedeuten, daß sie auch nach Beendigung ihrer Tätigkeit noch Einkommen daraus beziehen. Das hat aber auch seinen Sinn, wenn der alte Geschäftsführer an der Auswahl und Einarbeitung des neuen Geschäftsführers maßgeblich beteiligt ist und damit Voraussetzungen für den zukünftigen Erfolg des Unternehmens noch bei seinem Ausscheiden bewirkt. So könnte ein zuverlässiges Interesse am Erfolg des Unternehmens erzeugt werden, auch ohne der Eigentümer zu sein. Dieses Prinzip könnte in Abstufungen auch auf andere leitende Mitarbeiter angewandt werden, oder für Angestellte, die in der Entwicklung tätig sind. Solche Lohnformen und dementsprechende Erfahrungen damit gibt es bereits. Das ist zum Beispiel der Fall für die Vergütung von Erfindungen, die in kapitalistischen Unternehmen gemacht werden, nach der Arbeitnehmervergütungsordnung. Sie spielen aber nur eine recht untergeordnete Rolle im gesamten Lohnvolumen.

Auf diesem Gebiet sind noch einige kreative Überlegungen nötig. Mein Modell des Arbeitsmarktes ist zu stark vereinfacht, um hierzu einen Erkenntnisgewinn beizusteuern. Im Moment habe ich auch keine Idee, wie man derartige doch recht wichtige Überlegungen in die Modellierung einbeziehen könnte.

### **9.4 Interpretationen zur Leistungsmatrix**

In meinem Demonstrationsmodell wurde so scheinbar mühelos eine Leistungsmatrix angegeben. Sie soll Informationen enthalten, nicht nur über die Leistungsfähigkeit aller Arbeiter der Gesellschaft in ihrem aktuellen Beruf, sondern auch über ihre potentielle Leistungsfähigkeit in allen anderen Berufen. Sie stellt damit eine gewaltige Informationsmenge dar. Es drängt sich nun die Frage auf, ob diese Matrix bzw. deren Informationsgehalt in der Gesellschaft präsent ist bzw. in irgend einer Weise erfaßbar ist. So interessant diese Informationen für eine Modellrechnung eines realen Wirtschaftssystems wären, gehe ich davon aus, daß annähernd brauchbare Wert auf absehbare Zeit nicht in eine

Informationsquelle zusammengetragen werden können, wo sie dann für wissenschaftliche oder wirtschaftspolitische Zwecke genutzt werden könnten.

Trotzdem existieren diese Informationen verteilt in den Köpfen der Mitglieder der Gesellschaft und wirken dementsprechend auf einem realen Arbeitsmarkt. So macht sich jeder Berufseinsteiger bei der Wahl seines Berufes, so er eine Wahl hat, Gedanken darüber, wo seine besonderen Fähigkeiten liegen und hat auch mehr oder weniger zuverlässige Informationen, wieviel in den verschiedenen Berufen zu verdienen ist. Auch wer sich mit dem Gedanken trägt, sich beruflich zu verändern, muß darüber nachdenken: Auf welchen Gebieten habe ich welche Fähigkeiten, sofort verfügbar, nach einer gewissen Einarbeitung bzw. nach einer eventuellen Umschulung? Das Wissen um seine eigenen Fähigkeiten repräsentiert so jeweils eine Zeile in der gesamtgesellschaftlichen Produktivitätsmatrix  $p$ . Damit sind die Informationen der Leistungsmatrix in der Gesellschaft präsent und zwar an den Stellen, wo sie zum Handeln, nämlich für individuelle Fluktuationsentscheidungen, benötigt werden, so daß diese Informationen auf dem Arbeitsmarkt auch wirken, ohne daß jemand die Gesamtheit dieser Informationen kennt.

Dabei ist allerdings zu berücksichtigen, daß bei Fluktuationsentscheidungen zunächst nicht die tatsächlichen Fähigkeiten wirken, sondern die in der Selbstwahrnehmung reflektierten Fähigkeiten, die von den tatsächlichen abweichen können. Erst zu einem viel späteren Zeitpunkt nach Antritt einer neuen Tätigkeit gibt es eine Rückmeldung, ob die Erwartungen auch eingetreten sind und ob im Falle eines Irrtums evtl. eine neue Fluktuationsentscheidung nötig ist. Damit der Optimierungsprozeß des Arbeitsmarktes funktioniert, besteht deshalb ein gesamtgesellschaftliches Interesse, daß jeder seine persönlichen Fähigkeiten möglichst richtig einschätzt. Daraus ergibt sich, daß ein objektives Interesse der Gesellschaft an einer niveaувollen Berufsberatung besteht. Diese sollte sich nicht darauf beschränken, Arbeitsuchende zu überreden möglichst dort zu arbeiten, wo aktueller Arbeitskräftemangel besteht, sondern möglichst frei von wirtschaftspolitischem Kalkül Hilfe zur Wahrnehmung der eigenen Fähigkeiten und auch Unfähigkeiten zu leisten. Hinzu kommt, daß diese Beratung fundierte Informationen über realisierbare Einkommen in den verschiedenen Berufen liefern sollte.

## 9.5 Stochastische Erscheinungen auf dem Arbeitsmarkt

Das bisher verwendete Modell hat im Vergleich mit der Wirklichkeit u.a. die Vereinfachung, daß, wenn die Parameter einmal festgelegt sind, diese ganz determiniert wirken und zu eindeutigen und exakten Ergebnissen führen. Der Zufall hat da zunächst keinen Raum.

Die realen Prozesse unterliegen aber zufälligen Streuungen. Wie z.B. im vorhergehenden Abschnitt dargestellt, gibt es Abweichungen zwischen den tatsächlichen Fähigkeiten und der eigenen Beurteilung dieser Fähigkeiten, aus den unterschiedlichsten Gründen. Das führt nur mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit zu richtigen Fluktuationsentscheidungen.

Auch die Bewertung der tatsächlich erbrachten Arbeitsleistungen unterliegen in vielen Berufen nach wie vor erheblichen subjektiven Einflüssen. So enthält der Zusammenhang zwischen erbrachter Leistung und erhaltenem Leistungslohn weiterhin eine zufällige Komponente.

Es ist möglich dafür stochastischen Elemente in das Modell und in die entsprechende Simulationsrechnung einzuführen. Zunächst erschien es mir aber sinnvoller, erst einmal mit möglichst exakten Verhaltensweisen des Modells meine Untersuchungen durchzuführen, um die grundlegenden Verhaltensweisen des Modells und der abzubildenden Objekte nicht zu verschleiern. Es muß späteren Untersuchungen vorbehalten bleiben, stochastische Erscheinungen zu berücksichtigen, was sicher zu einigen interessanten Erkenntnissen führen wird.

Es könnte z.B. eine interessante Frage sein, in welchem Maß Fehler in der Selbsteinschätzung vom gesamtgesellschaftlichen Optimum wegführen.

Eine weitere interessante Frage ist, wie groß müssen Lohnunterschiede sein, damit überhaupt noch freiwillig optimierende Fluktuationen gegen den Aufwand und das Risiko eines Stellenwechsels stattfinden. Dabei spielt die Streuung der objektiven bzw. wahrgenommenen Beziehung zwischen Leistung und Lohn eine erhebliche Rolle, was durch Einführung stochastischer Elemente berücksichtigt werden kann. An dieser Stelle ist dann allerdings auch die Mitarbeit von Soziologen gefragt.

Schlußfolgerung: Es sind zukünftig beide Wege zu gehen, sowohl mit als auch ohne Berücksichtigung stochastischer Modellelemente. Am Anfang sind, wegen der besseren Übersicht deterministische Modelle zu bevorzugen.

## 9.6 Fluktuationshemmnisse

Jeder Wechsel der Arbeitsstelle bedeutet zusätzlichen Aufwand, sowohl für den Arbeiter als auch für das Unternehmen. Das trifft ganz besonders zu, wenn damit auch der Beruf gewechselt wird.

Aufwendungen sind die Suche nach einer neuen Arbeit, Einarbeitung in die neue Tätigkeit bzw. Umschulung in einen neuen Beruf, arbeitsbedingter Wohnortwechsel, doppelte Haushaltsführung bei mindestens zeitweilig verschiedenen Arbeitsorten der Familienmitglieder.

Diese Aufwendungen stellen natürlich Fluktuationshemmnisse dar, die durch die betroffenen überwunden werden müssen. Deshalb muß auch ein ausreichender Anreiz in Form eines merklich höheren Einkommens durch die Fluktuation vorhanden sein.

In meinem Modell sind diese Fluktuationshemmnisse noch nicht umfassend berücksichtigt, und es sind hier noch weitere Qualifizierungen des Modells möglich. Teilweise wurden sie aber bereits berücksichtigt, indem angenommen wird, daß immer nur ein Anteil der Arbeiter die Arbeitsstelle wechselt, die sich verbessern könnten. Das wird berücksichtigt durch den empirisch eingeführten Faktor  $r_1$ , der Fluktuationsrate.

Variationen der Fluktuationsrate  $r_1$  haben auch gezeigt, daß die Fluktuationshemmnisse nicht nur negative Wirkung haben, indem sie die Selbstoptimierung des Arbeitsmarktes hemmen. Sie sind auch ein notwendiges, nämlich ein System stabilisierendes Element des Arbeitsmarktes. Wenn z.B. die Fluktuationsrate den Wert 1 annehmen würde, d.h. jeder Arbeiter, der sein Einkommen verbessern kann, würde sofort wechseln, würden bei geringsten Veränderungen auf dem Arbeitsmarkt sofort massenhaft Fluktuationen einsetzen. Das würde zu einem instabilen System führen.

Bei einer zukünftigen besseren Berücksichtigung der Fluktuationshemmnisse im Modell sind zwei prinzipiell verschieden wirkende Hemmnisse zu unterscheiden. Das sind erstens solche, die eine Hemmschwelle darstellen. Hier passiert zunächst bei kleinem Fluktuationsgrund noch nichts. Erst wenn der Vorteil einer Fluktuation einen Schwellwert überschritten hat, dann entschließt sich der betroffene zum Wechsel. Zweitens sind das solche Hemmnisse, wo auch bei kleinsten Fluktuationsgründen noch Fluktuationen stattfinden, aber die Häufigkeit der Fluktuationen wächst bzw. die Dauer bis zur Fluktuationsentscheidung sinkt mit steigendem Vorteil, den eine Fluktuation bringt. Die im Modell eingeführte Fluktuationsrate  $r_1$  berücksichtigt Fluktuationshemmnisse der zweiten hier genannten Art teilweise. Fluktuationshemmnisse der zuerst genannten Art sind in meinem Modell bisher noch nicht berücksichtigt.

Der Vollständigkeit halber sei hier noch erwähnt, daß es auch fluktuationsfördernde Erscheinungen gibt. Durch einen Arbeitsstellenwechsel oder auch Berufswechsel erwirbt man neue Fähigkeiten und Fertigkeiten und erhöht damit den Wert seiner Arbeitskraft. Ein gelegentlicher Wechsel führt auch aus einem eintönigen Arbeitsalltag und kann damit einen Motivationsschub und mehr Freude an der Arbeit bewirken. Durch verschiedene Tätigkeiten lernt man seine Fähigkeiten besser kennen und erlangt dadurch Gewißheit, ob man seine Berufswahl richtig getroffen hat, oder evtl. noch einmal wechseln sollte. Ob und wie diese Erscheinungen in zukünftigen Modellen berücksichtigt werden können oder auch müssen, will ich hier offen lassen.

## 9.7 Schlußbemerkungen

Das beschriebene Modell ist geeignet, wesentliche Erscheinungen eines Arbeitsmarktes zu erklären und zu zeigen, durch welche objektivierbaren Kriterien eine sinnvolle Differenzierung der Löhne in verschiedenen Berufsgruppen erfolgen sollte.

Eine interessante und nicht von vorne herein zu erwartende Schlußfolgerung ist, daß das Prinzip relativer Lohnsenkungen und –steigerungen in Abhängigkeit von Angebot und Nachfrage in den verschiedenen Berufen auf dem Arbeitsmarkt eine funktionierende Optimierungsstrategie zu sein scheint, während es als Preisbildungsprinzip auf dem Gütermarkt abzulehnen ist, wegen der daraus resultierenden Instabilitäten. (Siehe Band 1 [4]) Dabei sind aber einige zusätzliche Bedingungen zu berücksichtigen, die in der kapitalistischen Marktwirtschaft, wenn überhaupt, dann doch nicht automatisch gegeben sind. So muß verhindert werden, daß notwendige relative Lohnveränderungen dazu mißbraucht werden, das allgemeine Lohnniveau abzusenken.

Ein reiner Leistungslohn ist auch noch nicht sozial verträglich. Durch Einführung eines Mindestlohnes kann er aber sozial gestaltet werden, ohne das Leistungsprinzip aufzugeben.

Insgesamt ist mit meinen Untersuchungen das Problem noch lange nicht abschließend behandelt. In den Unterpunkten des Abschnittes 9 wurden dementsprechend bereits einige noch offenen Fragen angesprochen.

Trotzdem habe ich hiermit zunächst meine Untersuchungen beendet, weil ein Stand erreicht ist, mit dem ich in einer relativ abgerundeten Darstellung in die Öffentlichkeit gehen kann, in der Hoffnung, Mitstreiter für die weitere Arbeit an der Problematik zu gewinnen. Ein weiteres tieferes Eindringen in diese Materie würde meine begrenzte Bearbeitungskapazität überschreiten.

Leider kann ich zu diesem Thema auch noch nicht mit einer ausgiebigen Literaturanalyse aufwarten, weil ich ähnliche Ansatzpunkt bisher nicht gefunden habe. Ich bin für Hinweise auf andere interessante Literaturquellen zu dieser Problematik dankbar, insbesondere für solche, die auch Hinweise auf Möglichkeiten zur Quantifizierung sinnvoller Einkommensdifferenzierungen geben.

## Anhang

### Liste der verwendeten Symbole<sup>1 3</sup>

a	Anzahl der Arbeiter.
ac	Beschäftigungsmatrix.
$ac_{j_2,j_3}$	Anzahl der Beschäftigten der Produktivitätsgruppe $j_2$ im Beruf $j_3$ . Komponente der Matrix ac.
$ae_{j_3}$	Anzahl der insgesamt im Beruf $j_3$ Beschäftigten.
ap	Vektor der Produktivitätsgruppengrößen.
$ap_{j_2}$	Anzahl der Arbeiter, die zur Produktivitätsgruppe $j_2$ gehören.
d	Vektor der Arbeitsleistungen.
$d_{j_3}$	Arbeitsleistung, die insgesamt im Beruf $j_3$ geleistet wird. Komponente des Vektors d.
db	Vektor der bedarfsgerechten Anteile der Arbeitsleistungen.
$db_{j_3}$	Bedarfsgerechter Anteil der Arbeitsleistung $d_{j_3}$ . Komponente des Vektors db.
db0	Vektor einer bedarfsgerechten Leistungsstruktur.
$db0_{j_3}$	$j_3$ -te Komponente des Vektors db0.
dbn	Vektor einer normierten bedarfsgerechten Leistungsstruktur.
$dbn_{j_3}$	$j_3$ -te Komponente des Vektors dbn.
$fb_{j_3}$	Anteil der bedarfsgerechten Arbeitsleistung an der Gesamtleistung im Beruf $j_3$ .
fbg	Faktor der Bedarfsgerechtigkeit der gesamtgesellschaftlichen Arbeitsleistung.
fg	Faktor der gesamtgesellschaftlichen Arbeitsleistungssteigerung durch Beschäftigungspolitik.
$fp_{j_3}$	Faktor der Produktivitätssteigerung im Beruf $j_3$ durch Beschäftigungspolitik.
i4	Index zur Numerierung des Reproduktionszyklus.
$j_2$	Index zur Numerierung der Produktivitätsgruppen.
$j_3$	Index zur Numerierung der Berufe.
m2	Anzahl der Produktivitätsgruppen.
m3	Anzahl der Berufe.
Md	Vektor der Maßeinheiten der berufsspezifischen Arbeitsleistungen.
$Md_{j_3}$	Maßeinheit der berufsspezifischen Arbeitsleistung des Berufes $j_3$ . Komponente des Vektors Md.
Mp	Normal für die Preiseinheit (z.B. $Mp=1000$ DM).
Mt	Maßeinheit der Zeit auf die alle Arbeitsleistungen gezogen sind.
l	Matrix der aktuell realisierbaren individuellen Löhne.
$l_{j_2,j_3}$	Aktuell realisierbarer individueller Lohn eines Arbeiters der Produktivitätsgruppe $j_2$ im Beruf $j_3$ .
$ld_{j_2,j_3}$	Aktueller individueller Leistungslohn bei Vollbeschäftigung eines Arbeiters der Produktivitätsgruppe $j_2$ im Beruf $j_3$ .
$lmax_{j_2}$	Aktuell maximal realisierbarer Lohn eines Arbeiters der Produktivitätsgruppe $j_2$ .
ls	Aktueller Stücklohnvektor.
$ls_{j_3}$	Aktueller Stücklohn im Beruf $j_3$ . Komponente des Vektors ls.
p	Produktivitätsmatrix.
$p_{j_2}$	Produktivitätsprofil der Leistungsgruppe $j_2$ . Zeilenvektor der Matrix p.
$p_{j_2,j_3}$	Produktivität eines Arbeiters der Produktivitätsgruppe $j_2$ im Beruf $j_3$ . Komponente der Matrix p.
pn	Vektor der normierten Produktivitäten.
$pn_{j_3}$	Normierte Produktivität im Beruf $j_3$ bzw. mittlere beschäftigungsunabhängige Produktivität im Beruf $j_3$ . Komponente des Vektors pn.
pm	Vektor der mittleren beschäftigungsabhängigen Produktivitäten.
$pm_{j_3}$	Mittlere Produktivität im Beruf $j_3$ der in diesem Beruf tatsächlich beschäftigten. Komponente des Vektors pm.
r1	Fluktuationsrate.
r2	Parameter der Lohnanpassungsgeschwindigkeit.

## Literaturverzeichnis

- [1] MEW - Karl Marx, Friedrich Engels: Werke. Herausgegeben vom Institut für Marxismus-Leninismus beim ZK der SED, Bd. 1-43, Berlin: Dietz-Verlag, 1956 ff.
- [2] Marx, Karl: Lohn, Preis, Profit. S.42. Digitale Bibliothek Band 11: Marx/Engels, S.3251, DIRECTMEDIA Publishing, Berlin,1998. <http://www.digitale-bibliothek.de> (vgl. [1] MEW Bd. 16, S.123)  
 Englischer Originaltext: Marx, Karl: Value, Price and Profit. New York: International Co., Inc, 1969; Page 16. Written: between end of May and June 27, 1865; First published: 1898; Edited: by Elenora Marx Aveling; HTML Mark-up: Mike Ballard, miballard@stanford.edu, 1995; Proofed: and corrected by Brandon Poole, 2009, Mark Harris 2010.
- [3] Marx, Karl: Das Kapital S. 293. Digitale Bibliothek Band 11: Marx/Engels, S. 3251 DIRECTMEDIA Publishing, Berlin,1998. <http://www.digitale-bibliothek.de> (vgl. [1] MEW Bd. 23, S. 213)
- [4] Wegmann, Roland: Studien zur Marktwirtschaft Bd.1: Mathematische Modelle der Volkswirtschaft. Schwerin, 2001. <http://www.rolandwegmann.de/wirtschaftsmodelle/home.htm>
- [5] Wegmann, Roland; Wegmann, Mareike: Studies of Market Economy Vol.2: A Mathematical Model of the Labor Market - The „Performance Principle“. Rostock, 2022  
[http://www.rolandwegmann.de/arbeitsmarkt\\_eng/home.htm](http://www.rolandwegmann.de/arbeitsmarkt_eng/home.htm)

## Verzeichnis der Abbildungen

Bild 1: Entwicklung des Faktors $f_g$ der gesamtgesellschaftlichen Leistungssteigerung und des Faktors $f_{bg}$ der gesamtgesellschaftlichen Bedarfsgerechtigkeit.....	16
Bild 2: Entwicklung der Faktoren $f_{p_j}$ der Produktivitätssteigerungen der Arbeit in den Berufen $j_3$ .....	16
Bild 3: Entwicklung der Faktoren $f_{b_j}$ der bedarfsgerechten Anteile der Arbeit in den Berufen $j_3$ .....	16
Bild 4: Entwicklung der Stücklöhne $l_{s_j}$ .....	16
Bild 5: Lohnstruktur des reinen Leistungslohns der Gesellschaft für das Demonstrationsbeispiel.....	20
Bild 6: Erste Modifizierung eines linearen Leistungslohnprofils .....	20
Bild 7: Zweite Modifizierung eines linearen Leistungslohnprofils .....	21
Bild 8: Sozial modifizierte Lohnstruktur der Gesellschaft für das Demonstrationsprofil.....	21

<sup>1</sup> Im Abschnitt 8.1 erstmals benutzte Symbole sind nicht im Symbolverzeichnis aufgeführt, da sie ausschließlich in diesem Abschnitt benutzt werden.

<sup>2</sup> Das soll natürlich nicht heißen, daß unter den aktuellen Bedingungen der kapitalistischen Marktwirtschaft Gewerkschaften und Tarifverhandlungen überflüssig sind.

<sup>3</sup> Die dimensionsbehafteten Parameter werden mit einem großen Buchstaben beginnend geschrieben und die entsprechenden dimensionslosen Parameter beginnen mit einem kleinen Buchstaben. Deshalb sind die dimensionslosen Parameter, zu denen es einen entsprechenden dimensionsbehafteten gibt, nicht extra aufgeführt.